

可視化動画像の固有情報抽出と その応用に関する研究

VISUALIED DYNAMIC IMAGE CHARACTERISTICS EXTRACTION AND
ITS APPLICATIONS

高 翔
Xiang GAO
指導教員 齋藤兆古

法政大学大学院システムデザイン研究科システムデザイン専攻修士課程

In order to realize a machine visual inspecting system, this paper tries to work out one of the dynamic image cognition methodologies. The method proposed in this paper employs Fourier cosinusoidal transform to extract the geometrical characteristics of the target image. Hence, the obtained geometrical characteristic is called the geometrical Eigen pattern. Solving for this dynamic image cognition system of equations by least squares reveals a cognized dynamic image while the input test dynamic image should be one of the registrants as a database. Uniqueness of solution element in the least square solution vector suggests a validity of the cognition result. The proposed approach in this paper has enabled us to cognize the sign language with 96 percent accuracy when applying 9 person's 145 sign languages cognition. The infrared dynamic images are cognized by the proposed method having 90 % accuracy.

Key Words : Eigen pattern, Fourier cosinusoidal transform, Dynamic image cognition

1. はじめに

社会システムの高度情報化に伴い、音声認識や画像認識をはじめとするパターン識別技術の工業的な応用が注目されている。人間の視覚情報処理機能を計算機で代行せんとするマシンインテリジェンス研究において、画像認識・識別技術は重要な基幹技術の一つである[1]。

筆者らは、機械には機械に適した学習・判断能力があると考え、その第一段階として静・動的画像認識を可能とする人工眼球計画を発足し、研究・開発を行ってきた。具体的には、考察対象である画像認識法を手話画像など動きが主体である動画像認識へ適用し、人工視覚情報処理機能の一応用技術としての妥当性と有用性を検証してきた。

本論文では、手話の計算機による全自動翻訳機開発の可能性を具体例として取り上げ、人工視覚情報処理機能の一応用技術の実現可能性が検証する。さらに、赤外線は完全な暗闇で画像情報を獲得可能とするため、可視光が存在しない環境下に於けるセキュリティなどへの適用性を検討するため、赤外線動画像識別を試みる。

本論文では、最初にデジタルビデオカメラを使って撮影した動画像からフーリエ余弦変換を用いて動画像の幾何学的特徴抽出法について述べ、次にテスト画像とデータベース画像の一致性評価を最小自乗法で行う画像認識

法について述べる。本論で採用した手法の妥当性を具体的な手話動画像や赤外線画像へ適用して検証する。その結果、画像の幾何学的固有パターンを用いた手話識別では96%の識別率を得た。さらに、ほとんど暗闇である微弱な可視光下で得た赤外線動画像に対して90%の識別率を得た。

2. 理論

(1) フーリエ変換

データを直交するデータ(線形独立、すなわち、互いに重複する情報を持たないデータ)の線形和へ並べ直す演算の代表にフーリエ級数がある。フーリエ変換やフーリエ級数は基底関数が連続関数であるため、基準座標の選び方で原点に対して線対称か点对称かで偶関数か奇関数がそれぞれ決まる。このため、離散化された数値の並びで与えられる一連の離散値データも原点に対して線対称か点对称かで偶関数か奇関数かをそれぞれ任意に仮定できる。たとえば、図1でB-B'を原点として波形を奇関数とすれば、基底関数は奇関数である正弦波のみとなり、高調波次数は奇数次のみとなる。これをフーリエ正弦変換と呼ぶ。他方、図1でA-A'を原点として波形を偶関数とすれば、この波形のフーリエ級数は偶関数である余

弦波と次数は偶数次のみとなる。本研究では、与えられたデータの境界で偶関数の条件を仮定してフーリエ変換を行う。すなわち、フーリエ余弦変換を利用して画像の空間周波数を抽出し、画像の幾何学的固有パターンとする[2]。

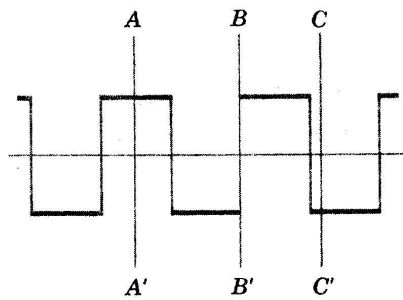


図1 偶関数と奇関数

(2) フーリエ余弦変換による動画の特徴抽出

a) 画像の不変量抽出

計算機のスクリーン上へ可視化された画像は2次元平面上の画素 (Pixel) で構成されており、画素の幾何学的配置と濃淡若しくは色情報によって表現される。すなわち、カラー画像の場合、各画素は可視光の波長によってそれぞれ赤、緑、青 (以下それぞれ R , G , B と略記) 成分の情報からなる。このため、各画像は固有の濃淡情報を持ち、このようなハードウェアに依存する性質を削減した可視化画像の不変量を本論文では画像の色彩もしくは濃淡固有パターン (RGB or Tone Eigen Pattern) と呼ぶ[3] [4]。

b) 幾何学的固有パターン

フーリエ余弦変換を画像の空間周波数成分抽出に用いる。フーリエ余弦変換は、与えられた画像データを偶関数と見なし、画素数に等しいフーリエスペクトラム全てを取り扱うことを可能とする。ここでは、数値の整数化に伴う桁落ちを削減するため、空間周波数スペクトラムから直接1次元ベクトル化した 16×16 個の低周波領域の空間種は数スペクトラムを幾何学的固有パターンとして採用する。

本論文で考える幾何学的情報とは点、線、面の繋がり情報である。点は画像を構成する最小限要素でゼロ次元の要素であり、線は点を連続して配置することで得られる1次元要素である。そして、面は線を隙間無く並べることによって得られる2次元要素である。これらの周波数情報を比較すれば、線の空間周波数は面の空間周波数よりも高く、点の空間周波数は線の空間周波数よりも高いため、可視化情報の幾何学的に固有な特徴量が算出される。また、画像のフーリエ余弦変換は主要な空間周波数分布を原点近傍領域に集中することを勘案し、フーリエ余弦スペクトラム中で原点を含む 16×16 の空間周波数スペクトラムを1次元化した256次のベクトルを画像の幾何学的固有パターンとする[5][6]。

c) 固有パターンの一致性

本論文における画像認識は、予め複数の画像から固有

パターンを抽出し、データベースを構築しておく。その後、認識処理対象として与えられる任意の入力画像から固有パターンを抽出し、データベース画像と入力画像間の固有パターンの一致性を線形システム方程式の解から評価し、入力画像をデータベース画像のいずれかの画像と識別するものである。

データベースに n 個の固有パターンが得られているとすれば、システム行列 C は、

$$C = [E_1, E_2, E_3, \dots, E_n] \quad (1)$$

で与えられる。ここで、任意の入力画像の固有パターンを E_x とすると、式(2)の線形システム方程式が得られる。

$$E_x = C \cdot X \quad (2)$$

式(2)における X は、データベース画像の各固有パターンの重みを要素とする n 次のベクトルである。固有パターンの次数を m とすると、 $n = m$ でない限りシステム行列 C は m 行 n 列の長方形列となるので、式(2)は不適切な線形システム方程式となる。本論文における固有パターンの次数 m は、カラー画像の場合 $m = 768$ 、モノクロ画像の場合 $m = 256$ となる。従って、カラー画像の場合はデータベース数 $n < 768$ 、モノクロ画像の場合はデータベース数 $n < 256$ であれば、解ベクトル X の算出に式(3)で示す最小自乗法を適用することができる[7]。

$$X = [C^T C]^{-1} C^T E_x \quad (3)$$

図2に示すように、式(3)で得られた解ベクトル X の第 j 番目の要素が1で、他の要素が全て0であった場合を考える。解ベクトル中の横軸はデータベースの順番と対応しているため、入力画像の固有パターン E_x はデータベース画像の第 j 番目の固有パターン E_j に等しい。よって入力画像をデータベースの第 j 番目の画像と識別できる。

しかし、実際の問題では数値誤差やノイズが伴うため、必ずしも解ベクトル X の第 j 番目の要素が1で他の要素が全て0とはならない。このため、本論文では得られた解ベクトル中で最大値をとる要素を認識された対象とする。

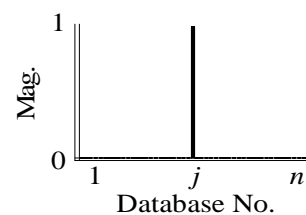


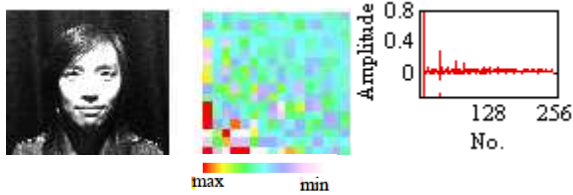
図2 解ベクトルの例

3. 実験

(1) 画像認識

a) モノクロ静止画像認識

本章ではモノクロ静止画像認識実験を行う。背景の色情報をも可能な限り削減するために白熱電球の下、黒幕で構成された簡易暗室で撮影を行った。図3に、モノクロ供試画像に対する空間周波数パワースペクトラムと、幾何学的固有パターンの1例を示す[1]。



モノクロ画像 スペクトラム 幾何学的固有パターン
図3 モノクロ静止画像と幾何学的固有パターン

本章で取り扱う幾何学的固有パターンは、フーリエ余弦変換のスペクトラムを切り出して作成されているため、データベースと入力間の再現性を伴うことが原則であり、それを十分に満たすよう簡易暗室を用いて撮影された画像をデータベース構築と供試画像とする。図4に認識結果の1例を示す。



(a)入力画像 (b)出力画像 (c)解ベクトル
図4 モノクロ静止画像の認識結果の例

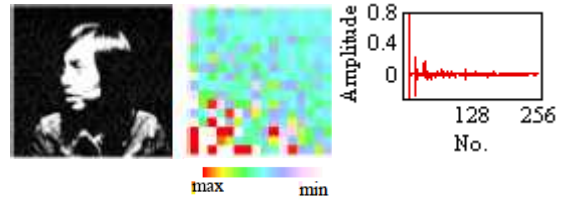
b) モノクロ動画認識

空間周波数成分による固有パターンと線形システム方程式を用いた静止画像認識手法を動画認識へ拡張する。動画は複数のフレーム画像データによって構成されるので、フレーム画像データ全体を通して固有パターンとなる特徴量が抽出される必要がある。単純なフーリエ変換と異なり、フーリエ余弦変換は画像中の対象物の空間位相情報に依存して異なるスペクトラムを与える性質がある。このため、式(4)に示すように各フレーム画像から空間周波数成分情報を算出し、全フレームのスペクトラム情報を時系列方向に加算したものを動画の固有パターンとして用いる。

$$\mathbf{E}_{\text{geo,mono}} = \sum_{i=1}^n (\text{frame spectrum})_i \quad (4)$$

図5にデータベース動画とフーリエ余弦スペクトラ

ムと幾何学的固有パターンの例を示す。ここでは紙面の都合上動画を構成する全フレーム画像の中で100枚目のフレームを図5は示している。またスペクトラムは時間軸方向に加算されたものであり、原点の一定値を含む 16×16 領域を切り出したものであり、幾何学的固有パターンはそのスペクトラムを1次元に並べ直したものである。図6に認識結果の1例を示す。



モノクロ画像 スペクトラム 幾何学的固有パターン
図5 モノクロ動画と幾何学的固有パターン



(a)入力画像 (b)出力画像 (c)解ベクトル
図6 モノクロ動画の認識結果の例

c) カラー静止画像認識

第3(1)a)節で記したモノクロ静止画像からの幾何学的固有パターンをカラー静止画像へ一般化する。カラー画像は R, G, B の3要素によって構成されるため、カラー画像の幾何学的固有パターンは各成分をフーリエ余弦変換し、それぞれのスペクトラムから 16×16 領域を1次元に結合したものより算出される。カラー画像の幾何学的固有パターン \mathbf{E}_{geo} は R 成分ベクトル $\mathbf{E}_{\text{geo},R}$ 、 G 成分ベクトル $\mathbf{E}_{\text{geo},G}$ 、 B 成分ベクトル $\mathbf{E}_{\text{geo},B}$ によって構成され、式(5)で与えられる。式(5)の上添え字 T は転置を表す。

$$\mathbf{E}_{\text{geo,color}} = [\mathbf{E}_{\text{geo},R}, \mathbf{E}_{\text{geo},G}, \mathbf{E}_{\text{geo},B}]^T \quad (5)$$

図7にカラー静止画像の認識結果の1例を示す。モノクロ画像の幾何学的固有パターンと比較して色情報を含んだ幾何学的固有パターンとして認識が行われる。このため、モノクロ画像認識結果よりも精度の高い解が期待されるが、実際は R, G, B 成分の幾何学的固有パターンが重複した成分を含むため、必ずしも識別精度は向上しないことがわかる(解ベクトルで最大値の要素値が1に近くない)。



図7 カラー静止画像の認識結果の例

d) カラー動画認識

本節ではカラー静止画像の幾何学的固有パターンをカラー動画へと拡張する。カラー動画は R, G, B 成分で時系列に描かれているものであるから、フレーム画像の各成分でフーリエ変換し、スペクトラムを時間軸方向に加算したものを幾何学的固有パターンとする。したがって、カラー動画の幾何学的固有パターンはモノクロ動画の要素の3倍となる。図8はカラー動画の認識結果の1例を示す。



図8 カラー動画の認識結果の例

(2) 手話動画認識

a) 手話動画収録

本節では提案する方法をモノクロ、カラー動画の手話動画へ適用し、手話識別を行なう。5人が20通りと他の5人が9通りの手話(全体で145通り)を行っている動画を供試画像とした[8]。

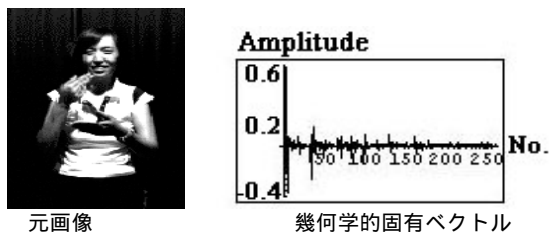


図9 モノクロ手話動画と幾何学的固有パターン

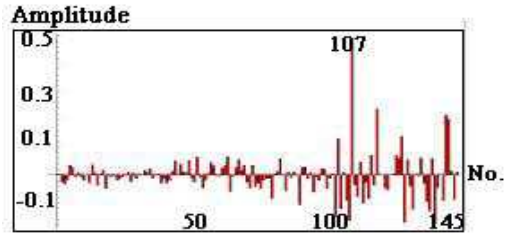
b) モノクロ手話動画認識

カラー画像とモノクロ画像では画像を構成する色彩情報が異なるため、当然であるが識別結果も異なることが想定される。これを確認するため、ここではカラー収録動画からモノクロ動画を生成し識別を行った。

図9にモノクロデータベース動画の1フレーム、および幾何学的固有パターン1例を示す。ここでは紙面の都合上動画を構成する全フレーム画像の中で80枚目のフレームを示している。図10のモノクロ手話動画の幾何学的固有パターンを使った認識結果で識別に成功した1例である。図11モノクロ手話動画の幾何学的固有パターンを使った認識結果で識別に失敗した1例である。



(a) 入力画像 (b) 出力画像

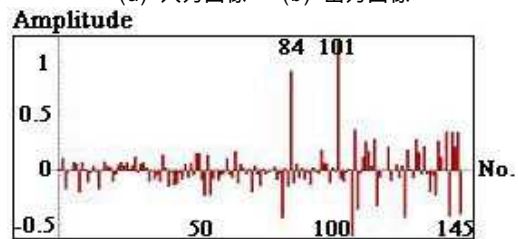


(c) 解ベクトル X

図10 モノクロ手話動画認識成功の例



(a) 入力画像 (b) 出力画像



(c) 解ベクトル X

図11 モノクロ手話動画認識失敗の例

全体を纏めると145手話モノクロ動画に対して135通りの手話が正確に識別され、10通りの手話の識別に失敗し、識別率は約93%となった。

c) カラー手話動画認識

カラー動画は R, G, B 成分で構成されたフレーム画像を時系列に並べて描かれるので、各フレーム画像の各成分をフーリエ変換し、得られたそれぞれのスペクトラムを時間軸方向に加算して幾何学的固有パターンとする。カラー動画は R, G, B 成分で構成されるため、カラー動画の幾何学的固有パターンの情報量(要素数)はモノクロ動画の要素の3倍となる。

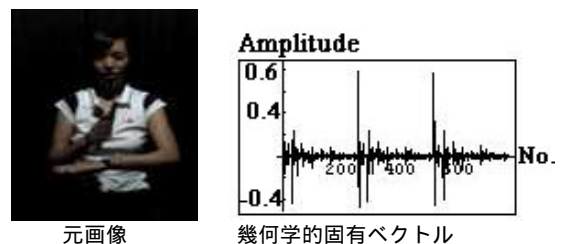


図12 カラー手話動画と幾何学的固有パターン

図12にカラー手話動画の1フレームと幾何学的固有パターンの1例を示す。図13はカラー手話動画の幾何学的固有パターンを使った認識で識別に成功した1例である。図14はカラー手話動画の幾何学的固有パターンを使った認識結果で識別に失敗した1例である。

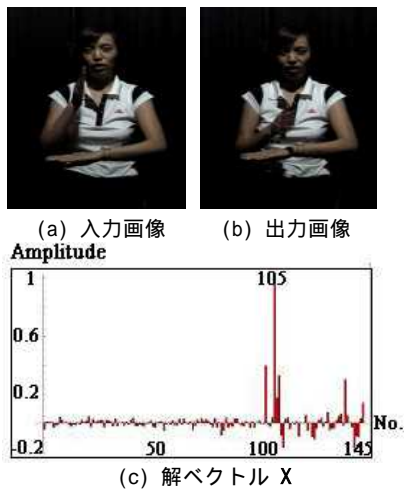


図13 カラー手話動画認識成功の例

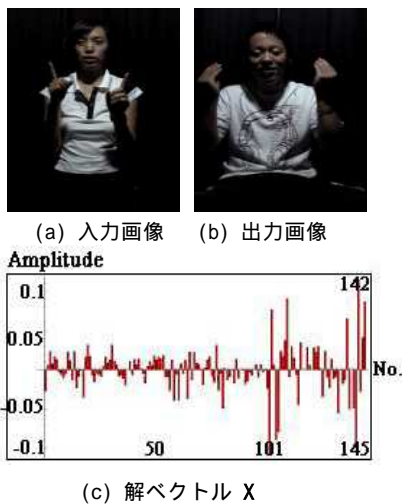


図14 カラー手話動画認識失敗の例

(3) 赤外線動画認識

a) 赤外線について

赤外線は可視光外の長波長領域に分布し、すべての温度エネルギーを有する物体から放射される光である。一般に、赤外線は目に見えないため、可視光の明るさ、暗さに依存しない。また、物体が放射する光の全エネルギー、波長と物体の温度の間には相関関係があり、温度が高い物体は、放射される赤外線の全エネルギーが多く、波長が短い赤外線を多く放射する。従って、物体から放射される特定波長の赤外線の強度を測定することによって物体の温度が測定できる[9]。

b) 赤外線動画認識

通常、人の体温は摂氏 36 度程度であり、赤外線カメラによって人の検知が可能である。本節では、理論の検証実験として、まず、モノクロ動画と同様にして、単純な規則性を持つ赤外線動画の識別実験を行った。図15は認識結果の1例を示す。赤外線動画の動きに制限が伴うが、ほぼ100%近く識別された。

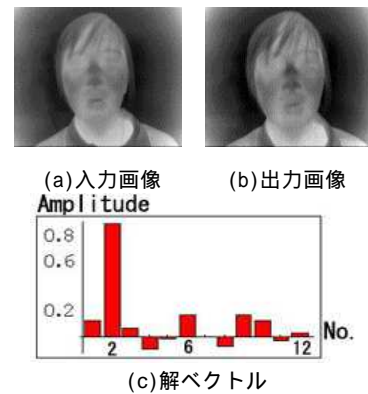


図15 赤外線動画の認識結果の例

c) 赤外線手話動画認識

第2(3)c)節で述べた動画認識の一致度評価を赤外線動画手話に適用し、規則的であるがより複雑な動作の認識を試みる。常温のもとで7人が10通りと暖房環境のもとで6人が10通り(全体で130通り)を収録した。図16は赤外線手話動画の幾何学的固有パターンを使った認識結果で、識別に成功した例である。図17は識別に失敗した例を示す。

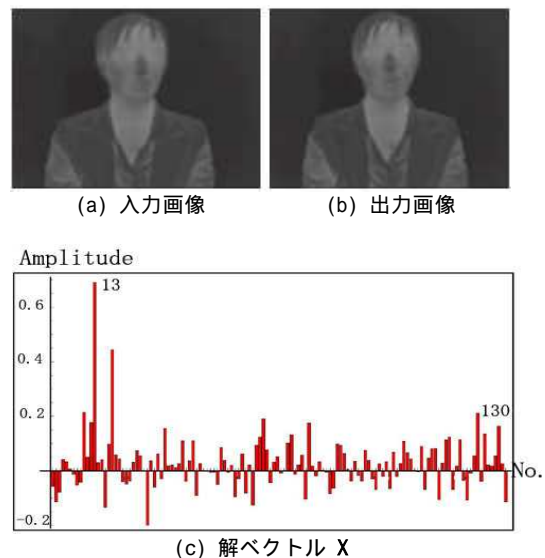


図16 赤外線動画認識成功の例

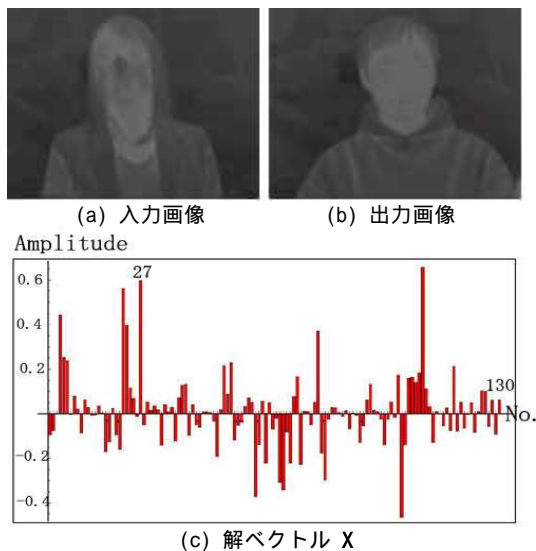


図 17 赤外線動画画像認識失敗の例

全体で 130 個の赤外線手話動画画像に対して 106 通りの手話が正確に識別され、24 通りの手話の識別に失敗し、全体として識別率は約 82%となった。これは、暖房環境下において、部屋の温度が上昇し、識別対象である人間の熱情報が削減されるためである。換言すれば、赤外線はエネルギーを有する対象が生ずる熱分布を可視化するため、他の熱源の存在が識別率を低下するのは当然であることを意味する。部屋に熱源が無い環境下では 90%以上の識別率を得た。

以上の結果から、本手法は熱源を対象物のみが有する場合良好な識別率を得ることが可能であることを検証した。

4. 考察

図 6 と図 8 に示すモノクロ動画画像とカラー動画画像に関する認識結果では、動画画像は 100%認識され、信頼性の高い結果が期待できることが確認された。この結果により、フーリエ変換を用いた画像認識技術の妥当性が検証されたと考えられる。画像認識技術が確立されれば、人間の視覚情報処理機能が機械により実現でき、工場ラインの検査等、いわゆる機械監視システム等の無数のアプリケーション、すなわち、セキュリティや工程管理システムなどにおける機械による監視・診断・識別・検査工程の完全な自動化が可能となる。

次に、本手法を手話識別へ応用した場合について述べる。図 10 と図 13 に示すように同一人物が行う同一手話がそれぞれに識別されるか否かを検討した。9 人が行う 145 通りのモノクロ手話動画画像で 93%、カラー手話動画画像で約 96%の識別率を得た。以上の結果により、手話の計算機による全自動翻訳機開発の可能性が示唆された。これは、聴覚障害者が日常生活の中で健聴者と情報のやりとりを自動化することが出来ることを意味し、人工視覚情報処理機能の一応用技術として手話自動識別機開発の可能性が明らかにされた。

最後に、赤外線カメラを使った赤外線動画画像識別に関する考察を述べる。100%の識別率が得られた単純な規則性を持つ赤外線動画画像の識別結果を図 15 に示した。図 16 に示した赤外線手話動画画像認識結果で、識別対象以外に熱源が存在する 130 ケースの識別では 81%の識別率が得られている。他方、識別対象以外に熱源が存在しない 78 ケースの識別では 90%以上の識別率が得られた。

以上の結果から、赤外線動画画像を使った以下の応用が考えられる。赤外線を使った状態監視システム、特に可動機器の熱分布のダイナミックな変化を利用した事故・破損予知を究極の目的とした機械監視システム構築の実現。温度校正された赤外線画像や熱画像を作成するサーモグラフィ技術は多様な分野での応用が可能であり、この赤外線応用技術に付加機能を可能とする。例えば、熱源となる物体や生物の存在を検知することができる性質を利用して、森の中での動物の探知、暗闇での動物の種類や固体別識別など、主として動物の管理・観察分野での活用が期待できる。さらに使い方を工夫することによって人命救助などへの活用も考えられる。

5. まとめ

本論文で検討している画像認識・識別方法は、セキュリティ、工程管理システムなどに於ける機械監視、機械診断、機械識別、機械検査などを可能とする画像の固有パターンを用いるものである。固有パターンの一つは画像を構成する画素の濃淡分布情報に基づいている。このため、対象画像が変形しても対応可能な特徴を持つ反面、画像の幾何学的固有情報を失う問題点がある。本研究では、画像を構成する画素の空間的配置情報、すなわち、画像の幾何学的固有情報を用いた画像認識法に関して考察を行った。具体的には、考察対象である幾何学的固有情報を用いた画像認識法を手話画像など動きが主体である動画画像認識へ適用し、人工視覚情報処理機能の一応用技術としての妥当性と有用性を検証した。その結果、手話の計算機による全自動翻訳機開発の可能性が示唆され、人工視覚情報処理機能の一応用技術の実現可能性が検証された。さらに、赤外線は完全な暗闇で画像情報を獲得可能とする。このため、可視光が存在しない環境下に於ける赤外線動画画像識別を行い、本手法の赤外線画像に対する有効性を検証した。

第 2 章では、画像認識の理論について述べた。まず、フーリエ変換とフーリエ余弦変換について述べ、具体的には関数系の変換、関数の直交性、および離散値系フーリエ変換、さらに偶関数と奇関数に関して述べた。また、フーリエ余弦変換による幾何学的固有パターンを抽出する手法を述べ、テスト画像とデータベース画像のパターン一致性を最小自乗法で評価する手法を述べた。

第 3 章では、本論文で提案した手法を検証する実験について述べた。まず、モノクロ・カラー静止画像、動画画像認識を試みた結果、動画画像の動きに制限が伴うが、比較的

良好な結果が得られることを明らかにした。

次に、モノクロ、カラー、それぞれの手話動画像別を試みた。9人が行う145通りの手話動画像へ提案手法を適用した結果、モノクロ手話動画像で約93%、カラー手話動画像で約96%の識別率が得られ、良好な精度で動画像識別が可能であることを示した。

最後に、暗闇環境中で誰かどのような動作をしたかの識別可能かを検討するため、赤外線動画像認識をおこない、その結果、環境下に識別対象以外に熱源が存在しない場合、90%以上の高い識別率が得られることを検証した。

以上、フーリエ変換を用いた画像の幾何学的周波数情報が静止画像のみならず動画像に対しても極めて有効な画像固有の情報を提供することを検証し、マシンインテリジェンス研究において、画像認識・識別技術は重要な基幹技術となりえる可能性を明らかにした。

謝辞：本研究を進めるに当たり、齋藤兆古教授は数多くのご指導、ご支援を賜りました。深く感謝致します。

また、齋藤兆古研究室の皆様、公私にわたりご助言、ご支援を賜りました。ありがとうございました。

参考文献

- 1) 高翔,小杉山格,齋藤兆古,堀井清之:フーリエ変換による動画像の特徴抽出,可視化情報学会誌 Vol.26,No.1 (2006) pp.141-144
- 2) 齋藤兆古:場の理論と可視化,研究室内部資料,2006
- 3) 佐藤隆紀,早野誠治,齋藤兆古,堀井清之:知的可視化情報処理による動画像認識,可視化情報学会誌, Vol.22,No.1(2002) pp.243-246
- 4) 丸山和夫,早野誠治,齋藤兆古,堀井清之:色情報を利用した知的動画像認識,可視化情報学会誌, Vol.23, No.1(2003)pp.95-98
- 5) 小杉山格,早野誠治,齋藤兆古,堀井清之:可視化画像の幾何学的複雑さ抽出の試み,可視化情報学会誌, Vol.25,No.1(2005)pp.67-70
- 6) 小杉山格,早野誠治,齋藤兆古,堀井清之:画像の固有パターンに関する一考察,可視化情報学会誌, Vol.25, No.2(2005)pp.135-136
- 7) G.Strang:Linear Algebra and its Applications ,Academic Press,1976
- 8) 高翔,青木亮一,齋藤兆古:画像の幾何学的固有パターンを用いた手話識別,第十五回 MAGDA コンファレンス,(2006) pp.66-70
- 9) 高翔,小杉山格,齋藤兆古,堀井清之:赤外線動画像の識別,可視化情報学会誌, Vol.27,No.1 (2007) pp.225-226

準解析的手法による高周波電流分布の可視化

VISUALIZATION OF THE HIGH FREQUENCY CURRENT DISTRIBUTION
BY SEMI-ANALYTICAL METHOD

黒田 洪平

Kohei KURODA

指導教員 齋藤 兆古

法政大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程

For electromagnetic field analysis, we have previously proposed a semi-analytical method, which has made it possible to simulate the complex electromagnetic field distributions not obtainable by the conventional numerical schemes, such as finite elements and boundary elements means. However, our semi-analytical method encounters some difficulty when analyzing the high frequency electromagnetic field distribution because of the displacement currents.

In this paper, we propose a new semi-analytical method taking the displacement current into account. Target conductive region can be subdivided into small cylindrical conductors having simple geometrical shape. Resistance and inductance of each subdivided conductor are analytically calculated to derive an equivalent circuit. Solving this circuit makes it possible to compute electromagnetic field distribution. As the results, we have succeeded in Skin Effect and Eddy Current visualization.

Key Words :semi-analytical method, skin effect, eddy current

1. 序論

小型・軽量・高性能な個人用計算機 (Personal Computer, 以下, PC と略記) は, その多機能化と低価格化により広汎な普及を遂げている. 従来, 電磁界の数値解析は極めて大規模な計算となるため, 大型計算機で行われていた. しかし, 近年の高性能 PC の普及は電磁界解析を個人レベルで可能としている. また, 電気電子機器の高性能化に伴い, 高周波動作を前提とする磁気素子が増加している. これは, 電磁界解析において, 磁気素子の抵抗やインダクタンスを集中定数として考えることが困難なことを意味している.

一方, 電磁界解析は, 電磁界を支配する方程式が偏微分方程式であることから, 偏微分を有限差分で直接置き換える有限差分法(Finite Difference Method), 変分原理に基づく有限要素法(Finite Element Method)などの数値解析法で行われる. また, 電磁界が無限遠点まで広がる開領域問題に対しては, 偏微分方程式の基本解を仮定した境界要素法(Boundary Element Method)などの積分方程式形解法が採用される. 何れの数値解析法も空間・時間領域を細分化し, 細分化された個々の領域で解析的な関数を仮定して解くのが共通の特徴である. しかしながら, このような電磁界

の数値解析法は変位電流を勘案する場合かなり煩雑な作業と仮定を必要とする.

このような現状を踏まえ, 従来から有限要素法等とは全く異なる準解析的手法が提案されている[1][2].

本論文では, 導線断面における電流分布と渦電流の可視化等の具体的な例を通して, 準解析的手法による高周波電流分布解析に関して述べる[3]-[7].

2. 準解析的手法

ここでは, 本論文で採用する図 1 (a)に示すフィルム状導体の例を取り上げて準解析的手法の原理を説明する. まず, フィルム状導体を図 1 (b)に示されるように電流の通電方向を勘案して解析的に取り扱いが容易な微小丸型導体(円柱状)の集合に分割する. このとき, 微小導体の体積の総和はフィルム状導体の体積と等しいとする.

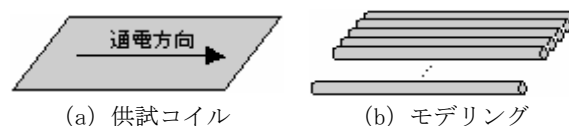


図 1 フィルム状導体のモデリング

個々の微小導体は形状が単純なため、微小導体の内部抵抗 r 、自己インダクタンス L 、そして導体間に存在する相互インダクタンス M_{ij} は解析的に計算可能であり、それぞれ(1)-(4)式で与えられる。ここで、 σ, a, l, μ_0 はそれぞれ、抵抗率、丸型導体の半径、長さおよび真空中の透磁率、下添え字 i, j は第 i 番目と第 j 番目の丸型導体を示し、 d_{ij} は第 i 番目と第 j 番目の丸型導体間の距離である。

$$r = \sigma \frac{l}{\pi a^2} \quad (1)$$

$$L = \frac{\mu_0}{8\pi} l + \frac{\mu_0}{2\pi} l \left[\ln \left(\frac{2l}{a} \right) - 1 \right] \quad (2)$$

$$M_{ij} = \frac{\mu_0}{2\pi} \left[\ln \left(\frac{l + \sqrt{l^2 + d_{ij}^2}}{d_{ij}} \right) - \sqrt{1 + \left(\frac{d_{ij}}{l} \right)^2} + \frac{d_{ij}}{l} \right] \quad (3)$$

$$M_{ij} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(l_i \log[l_i + \sqrt{l_i^2 + d_{ij}^2}] - \sqrt{l_i^2 + d_{ij}^2} + \sqrt{d_{ij}^2} - l_j \log[\sqrt{l_j^2 + d_{ij}^2} - l_j] - \sqrt{l_j^2 + d_{ij}^2} - (l_i - l_j) \log[(l_i - l_j) + \sqrt{(l_i - l_j)^2 + d_{ij}^2}] + \sqrt{(l_i - l_j)^2 + d_{ij}^2} \right) \cos \theta \quad (4)$$

従って、図 1 (a) のコイルは図 2 の等価回路によって表される。すなわち、コイルの電流分布解析問題は、図 2 に示す電気回路解析問題に帰する。

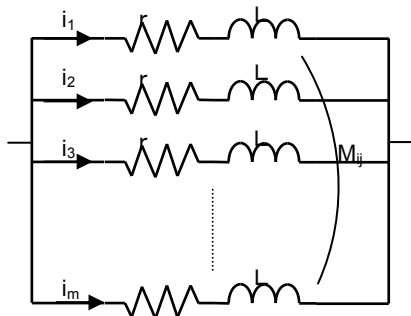


図 2 フィルム状導体のモデリング

3. 表皮効果解析への応用

(1) 電流分布

2章で述べた手順により、図 3 に示す丸型、正方形、二等辺三角形を断面形状とする導線の導体断面の電流分布を算出する。

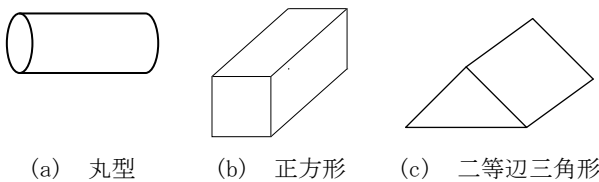


図 3 導体断面形状

印加電圧の周波数を 10 [MHz] としたときの正弦波定常状態の電流分布を図 4 に示す。

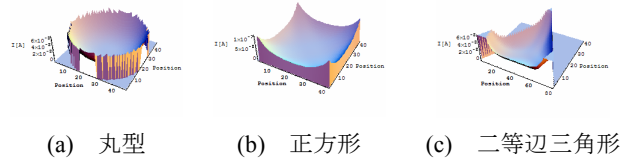


図 4 電流分布

図 4 より各導体の電流分布は、導体端部に集まり表皮効果の可視化が成功したといえる。また、電流分布の広がり方は、導体断面の内心点と密接な関係があり、内心点との距離が遠い程、電流が多く流れることが判った。

(2) 実験

図 1 に示したようなフィルム状導体の電流分布について実験値と解析値の比較を行う。

実験は、フィルム状導体の電流を直接測定出来ないで、ホルマル線を平行に並べた実験モデルを用いて測定した。

図 5 は、実験値と解析値のそれぞれの最大値を 1 として正規化したものである。

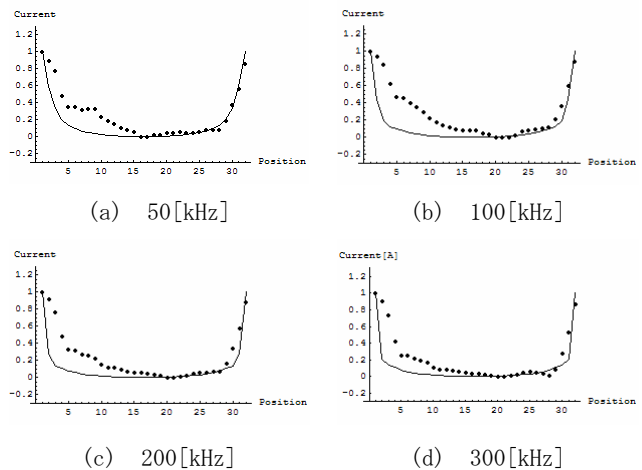


図 5 電流分布 (実線：解析値、点線：実験値)

各周波数において、実験値と解析値は良好な一致をしている。これより、準解析的手法は表皮効果問題に対して有効な方法であるといえる。

4. 渦電流解析への応用

(1) 電流ベクトル分布

図 6 に示すように 1 次側のソレノイドコイルに定電圧源を接続して通電し、ソレノイドコイルの作る磁界によって 2 次側の銅板に渦電流を発生させる試験回路を考える。

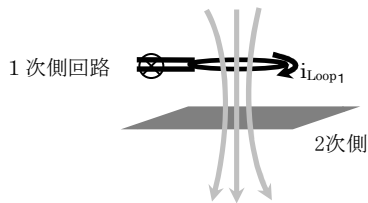


図6 渦電流の試験回路

準解析的手法によって2次側に流れる渦電流を解析した結果を図7に示す。

なお、図7(a), (b), (c)はそれぞれ周波数を50 [Hz], 1 [kHz], 1000 [kHz]とした場合の正弦波定常状態の電流ベクトル分布であり、1次側と2次側間の相互インダクタンスも考慮した結果である。

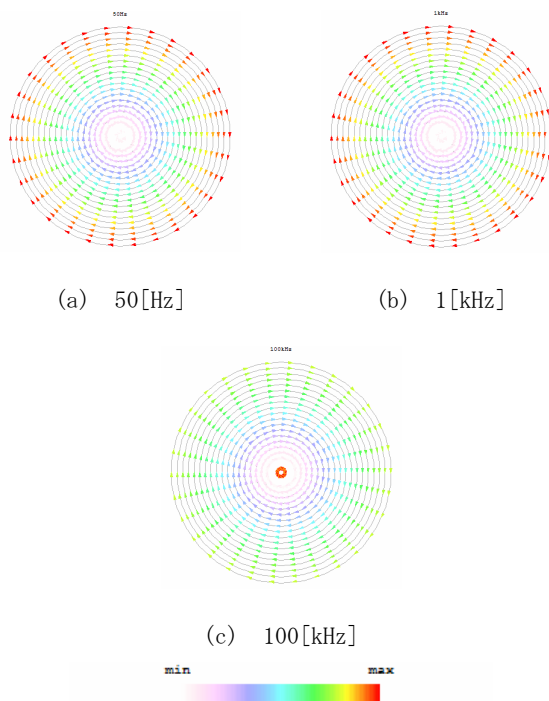


図7 渦電流分布

分布の強度は、図6中のカラーバーに準ずるものとする。図7(a), (b)では、励磁コイルであるソレノイドに沿った部分へ最も多くの渦電流が流れていることが判る。これは、ノイマンの法則に従い励磁コイルの磁束を最も効果的に削減する場所と方向へ渦電流が喚起されるからである。

しかしながら、更に周波数を高くした場合、図7(c)のように、中心に多くの電流が流れていることが判る。これは、周波数を高くすることで表皮効果が平面導体表面を支配し、励磁コイルから最も距離が離れているコイルの中心部の表皮効果が相対的に少ないためである。

(2) 実験

図6に示した試験回路と同様な回路で実験を行った。1次側からみたインピーダンス対周波数特性の実験値と解析値を図8に示す。

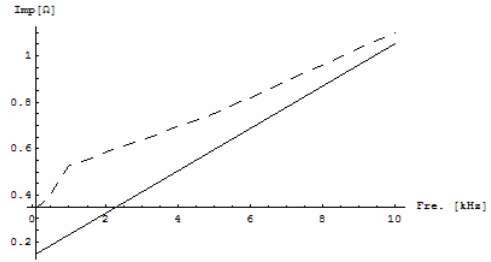


図8 インピーダンス対周波数特性

(実線：解析値 点線：実験値)

図8より、高周波になるにつれて実験値と解析値の傾向が一致している。これは、低周波領域における実験に多くのノイズが含まれ、高周波になるにつれインダクタンスが支配的になりノイズが相対的に減ったためと考えられる。以上の結果から、準解析的手法が渦電流問題への有効な解析手法であることが判る。

5. 結論

本論文では、導体断面電流分布と渦電流分布を準解析的手法によって可視化した。

その結果、実験と解析結果の比較によって、準解析的手法は、高周波における表皮効果や渦電流分布解析に極めて有効な方法であり、高周波電磁界解析の一方法として期待できることを明らかにした。

参考文献

- [1] T.Takano, S.Hayano, and Y.Saito : Coil impedance computation having arbitrary geometrical shape, IEEE PESC'98, Vol.2, pp. 1991-1996, (May.1998)
- [2] Yasuyuki Watazawa, Seiji Hayano and Yoshifuru Saito : Semi-analytical electromagnetic field Computation, Int. J. Appl. Electromagn. Mater. Vol.15,Nos.1-4, pp. 353 - 357, IOS Press (April.2002)
- [3]黒田洪平, 齋藤兆古, 堀井清之: 表皮効果の可視化による高周波用導体断面形状の最適化, 第34回可視化情報シンポジウム, (July.2006).
- [4]黒田洪平, 齋藤兆古: 表皮効果の可視化による高周波用導体断面形状の最適化, MAGDA コンファレンス, pp77-80, (November.2006)
- [5] 黒田洪平, 齋藤兆古: 表皮効果削減のための高周波断面形状の最適化, 法政大学計算科学研究センター研究報告, (2006年度)
- [6] 黒田洪平, 齋藤兆古: 準解析的手法による高周波電流分布の可視化, 第34回可視化情報シンポジウム, (July.2006).
- [5] 黒田洪平, 齋藤兆古: 準解析的手法による渦電流分布の可視化, 法政大学計算科学研究センター研究報告, (2007年度)

ビッター法による可視化磁区画像に関する考察

A Study of Visualized Magnetic Domain Images by the Bitter Method

須永高志

Takashi SUNAGA
指導教員 齋藤兆古

法政大学大学院工学研究科建設工学専攻博士後期課程

The Bitter method is most commonly observing way of the magnetic domains situation even though it is possible to observe only the surface of specimen. Applying magnetic field to this magnetic material covered by magnetic fluid makes it possible to observe the magnetic domain dynamics by a microscope. This paper reveals that the parts exhibiting $1/f$ fluctuation frequency characteristic give higher iron loss while not exhibiting $1/f$ fluctuation parts, i.e. containing much silicon, give low iron loss. Thus, it is revealed that the mixture rate of iron and silicon determines the optimal silicon steel composing most of the electrical machines.

Key Words : Bitter method, Magnetic domains visualization, $1/f$ Fluctuation

1. はじめに

磁性鋼板は電気・電子機器を構成する主要な材料である。一般に、磁性材料は磁区と呼ばれる微小磁石の集合で構成され、外部磁界に応じて材料中の磁気エネルギーが最小となるように磁区が変化する。すなわち、磁性材料の磁化過程は外部磁界に対する磁区挙動である。所望の磁化特性を持つ材料開発・評価に、磁区挙動の可視化は磁化過程を掌握するために重要な役割を担う。磁区挙動の可視化は、磁性コロイド溶液を用いたビッター法、電子顕微鏡に拠る方法、磁気光学効果を利用した方法等で行われる[1]。

ビッター法は手軽な方法であるが、磁区間の磁壁しか観察できない。また、磁気光学的方法是磁性体表面の磁区挙動可視化に限定される。電子顕微鏡に拠る方法は磁性体内部の磁区挙動を観察可能とするが、高価な機器を必要とする。従来、磁区の電子顕微鏡画像から磁性体の磁化特性を抽出する全く新しい方法が提唱されている[2]。本論文は安価な設備で磁性体の磁壁を可視化可能とするビッター法を用いて磁性体の磁化特性を抽出する方法を開発に関するものである[3]。

本稿では、ビッター法で可視化した磁壁動画像から $1/f$ ゆらぎ周波数成分が分布する領域を抽出し可視化を試みる。一般に、磁性体は磁気ノイズを電子回路へ与えることや磁気飽和による非線形特性を呈することが知られている。このなかで磁気ノイズ発生メカニズムを解明するため、ビッター法による磁壁の動画像の時間領域周波数特性から、特に磁気ノイズに関係すると考えられる $1/f$ ゆらぎ周波数成分の磁性体表面分布を可視化する[4]。



(a) 実験装置



(b) 励磁コイル

図1 ビッター法による磁壁移動可視化の実験装置

2. ビッター法による磁壁移動の可視化と磁化特性

(1) ビッター法

ビッター法による磁壁可視化の原理について述べる。試料表面の磁壁を観察するために、反射型の金属光学顕微鏡を用いる。顕微鏡の倍率は、通常、100~200倍程度でもよいが、本稿では、機材の都合から、全て750倍で

行った．試料台に試料を載せて，表面歪みを取り除いた研磨面にスポイトで磁性コロイド溶液を垂らし，カバーガラスを載せて観察する．強磁性微粒子 (γ 酸化鉄) のコロイド液を強磁性体表面につけると，コロイド液内に分散していた酸化鉄の微粒子が，磁壁付近の急峻な磁化変化に起因する漏れ磁束の急激な勾配に反応し，表面近くの磁壁の観測ができる．この引き付けられた微粒子を光学顕微鏡で観察する[1]，[5]，[6]，[7]．

表 1 励磁コイルと検出コイルの寸法

	巻数 [Turn]	コイルの 直径 [mm]	コイルの 長さ [mm]	線 [mm]
励磁コイル	300	10	30	0.5
検出コイル	200	4	10	0.4

この原理はマグネットビューワーと呼ばれる商品などに応用されており，比較的面倒な実験準備を必要とせず磁壁を観察可能とする．図 1 は磁壁移動の可視化に使用した実験装置を示す．励磁コイルを使って周波数 1[Hz] の交流磁界を観測対象に印加する．表 1 に珪鉄と励磁コイルの仕様を示す．顕微鏡は KEYENCE 社の HD 中倍率ズームレンズ VH-Z75 に高精度クイックマイクロスコープ VH-5000 を接続したものであり，これを用いて動的磁壁移動を可視化した．試料を磁化するために励磁コイルに 0.10[V] ~ 1.00[V] まで 0.05[V] 単位で印加電圧を加えて交流磁界を生成した．また，試料が全く磁化されていない状態も観察した．

(2) 磁区挙動の可視化

a) 軟鉄の磁区挙動

金属中で最も大きな飽和磁束密度を持つ軟鉄を 30[Hz] のフレームレートで撮影し，印加した外部磁界の周波数は 1[Hz] として実験を行った．倍率は 100 ~ 200[倍] 程度でよいとあるが，本研究では，倍率 300[倍] と 750[倍] で実験を行い，得られた結果の一部を図 2 に示す．

b) 無方向性珪素鋼板

図 2 に示す軟鉄に珪素を添加し，飽和磁束密度は低下するが鉄損を削減した無方向性珪素鋼板，いわゆる電気鉄板と呼ばれる低損失珪素鋼板の磁区挙動を観察した．

Fig.3 は観測された磁区フレーム画像を示す．軟鉄と同様に，30[Hz] のフレームレートで撮影し，印加した外部磁界の周波数は 1[Hz] として実験を行い，得られた結果の一部を図 3 に示す．

軟鉄，珪素鋼板においては，外部磁界によって変化する筋状の様子が磁壁部分に観察される．

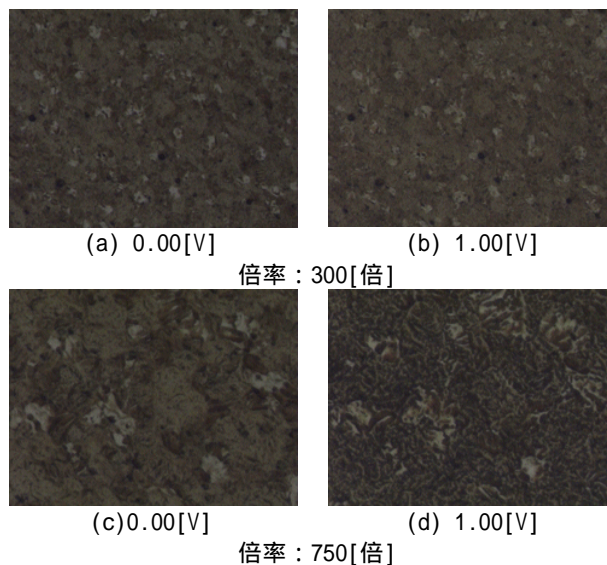


図 2 ビッター法による磁区画像 軟鉄.

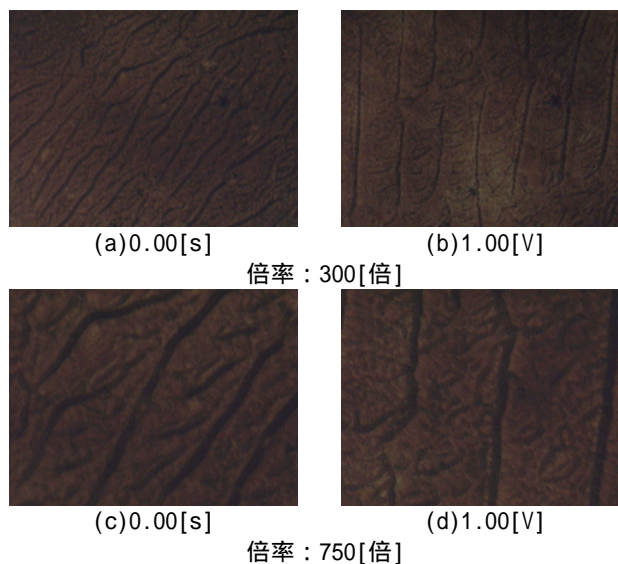


図 3 ビッター法による磁区画像 珪素鋼板

c) 磁化特性

測定された誘起電圧波形を積分することで磁束密度の変化を算出することができる[3][4]．各試料を磁化させるための印加電圧を 1.00[V] の時の磁化特性を求めると，図 4，図 5 のようになる．

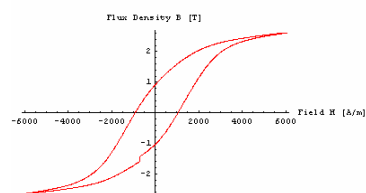


図 4 実験結果による磁化特性 軟鉄

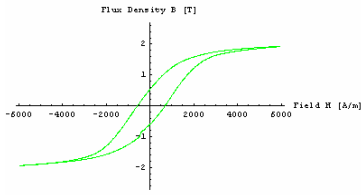


図5 実験結果による磁化特性 珪素鋼板

図4と5を比較すれば、軟鉄に珪素を添加したため、軟鉄に比べ、珪素鋼板の飽和磁束密度が低くなっていることが判る。

3 磁区画像の周波数特性

(1) 1/f ゆらぎ

「1/f ゆらぎ」は自然界に多く存在し、例えば小川のせせらぎ、小鳥の囀り、爽やかなそよ風などの心安らぐリズムが相当する。同様に、心地良い音楽を聴いたり、快い感じを抱いたり、安静にしているときの脳波にも「1/f ゆらぎ」が存在する。

任意の周期関数 $f(t)$ をフーリエ級数で表現すると、式(1)となる。

$$\begin{aligned}
 f(t) &= a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} [a_i \cos(i2\pi ft) + b_i \sin(i2\pi ft)] \\
 &= a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{a_i^2 + b_i^2} \cos\left[2\pi ift - \tan^{-1}\left(\frac{b_i}{a_i}\right)\right] \\
 &= a_0 + \sum_{i=1}^{\infty} c_i \cos\left[2\pi ift - \tan^{-1}\left(\frac{b_i}{a_i}\right)\right] \quad (1)
 \end{aligned}$$

離散値系フーリエ変換では、定数項と余弦波の項が実部、正弦波の項が虚部へそれぞれ対応する。スペクトラムの振幅は実部と虚部のノルムとなる。

(1)式のパワースペクトラムの振幅 c_i が周波数 if に対して反比例する信号を「1/f ゆらぎ」と呼ぶ。フーリエ・パワースペクトラム対周波数の関係を両対数グラフに描き、

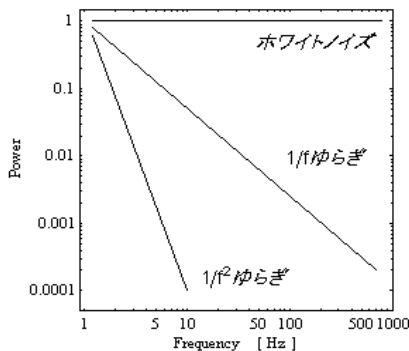


図6 フーリエ・パワースペクトラムの例

描かれた線の傾きによってゆらぎの種類を大別する。より具体的には、ある信号へ離散フーリエ変換(DFT, Discrete Fourier Transform)を適用し、各周波数に対するパワースペクトラムを計算する。周波数の低下とともにパワースペクトラムが増加するような信号の中で、パワースペクトラムの振幅が周波数に対して反比例する信号を「1/f ゆらぎ」と呼ぶ。

視覚的に判りやすくするために、よく行われる方法は、フーリエ・パワースペクトラム対周波数の両対数グラフを描き、描かれる線図の傾きによってゆらぎの種類を大別する方法である。

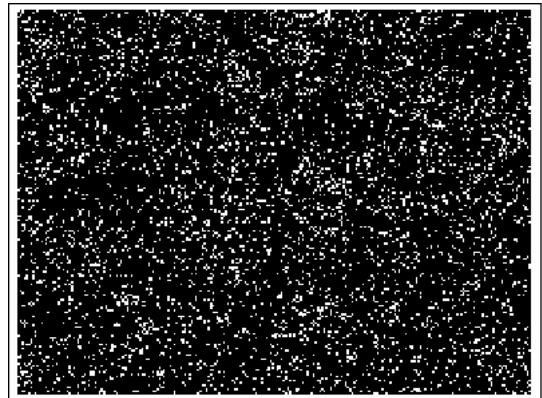
図6にフーリエ・パワースペクトラムの一例を示す。図6において、直線の傾きが0の場合は主にホワイトノイズである。また、直線の傾きが急になる程単調な信号である。そしてホワイトノイズと単調な信号の中間的な信号で傾きが約-1の場合を「1/f ゆらぎ」と呼び、人間が心地よいと感じる信号と言われている。

(2) 1/f ゆらぎ周波数部分の可視化

飽和磁束密度は最も高いが鉄損も大きい軟鉄における1/f ゆらぎ周波数成分(厳密には周波数 f に対して-0.975乗から-1.025乗)分布を調べた結果を図7に示す。図7では見易くするため、周波数 f に対して-0.95乗から-1.05乗を1、それ以外を0と二値化した。白色の点部が1/f ゆらぎ周波数で運動する磁壁部分を示す。

図7から、通常の軟鉄では1/f ゆらぎ周波数成分は材料全体の磁壁に分布することが判る。

図8は無方向性珪素鋼板の1/f ゆらぎ周波数分布を示す。図8の結果は図7と同様に見易くするため、周波数 f に対して-0.975乗から-1.025乗の画素値を1、それ以外の画素値を0と二値化してある。白色の点部が1/f ゆらぎ周波数で運動する磁壁部分を示す。図8から、無方向性珪素鋼板は図7に示されている軟鉄よりも白点部が削減され、1/f ゆらぎ周波数で運動する磁壁が少ないことが判る。



1/f ゆらぎ : 4776[個]

図7 1/f ゆらぎの二値化分布図 750[倍] 軟鉄

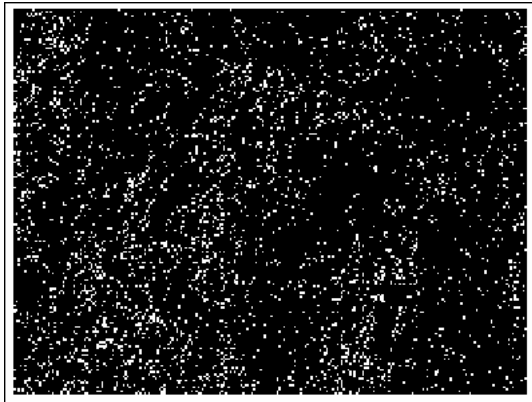


図8 1/f ゆらぎの二値化分布図 750[倍] 珪素鋼板

よって、図7、図8の比較は、鉄損を削減するためにシリコンを含有させた無方向性珪素鋼板は1/f ゆらぎ周波数で運動する磁区を削減し、結果として磁性体から生ずるノイズを削減している可能性が判明した。この検証には、後に示す図7、図8の白色部に対するB-H磁化特性を詳細に吟味する必要がある。すなわち、図7、図8の白色部のB-H磁化特性が大きな不連続性や飽和磁束密度の増加などを呈すれば、1/f ゆらぎ周波数特性が磁気ノイズに寄与している可能性は極めて大きいと考えられる。

モノクロ画像の濃淡を与える画素値とサーチコイルから得られる平均的磁束密度を対応させて、全体的な磁化曲線を描く。具体的には画像の画素値の平均値と実測磁束密度との比から換算係数を計算し、モノクロ画素値を磁束密度に比例した画素値へ変換する。

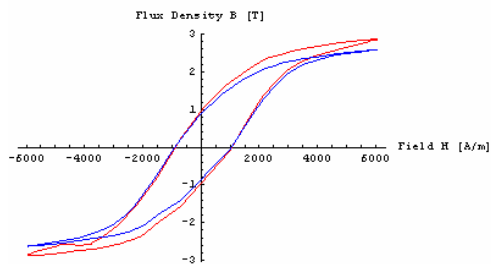


図9 1/f ゆらぎによる磁化特性 軟鉄

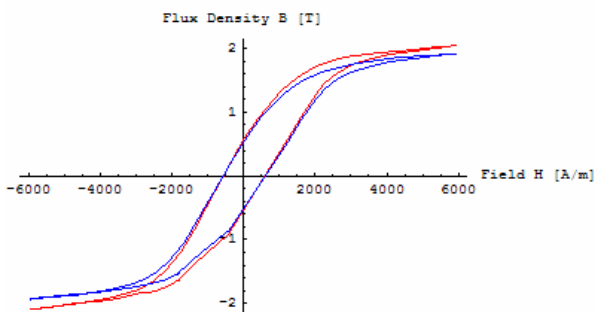
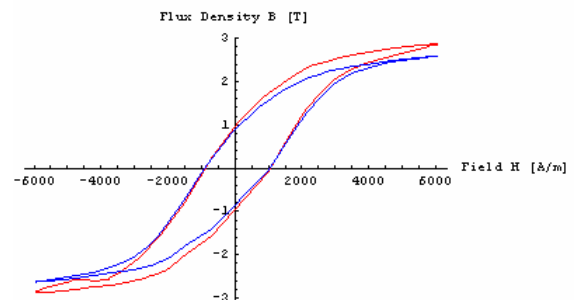


図10 1/f ゆらぎによる磁化特性 珪素鋼板

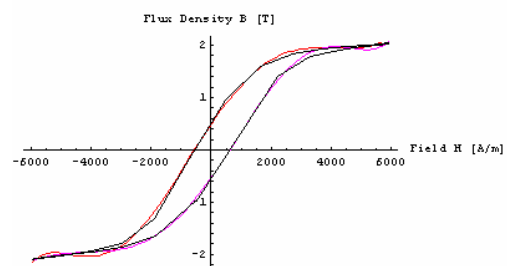
各画素単位の磁化特性を求め、1/f ゆらぎ呈する部分と1/f ゆらぎ呈さなかった部分の磁化特性を求めると図9、図10のようになる。赤のグラフが1/f ゆらぎを呈する部分、青のグラフがそれぞれ1/f ゆらぎを呈さなかった部分の磁化特性を示す。

(3) 1/f ゆらぎと鉄損の関係

(2)で求めた磁化特性より、1/f ゆらぎ呈する部分と1/f ゆらぎ呈さなかった部分それぞれの鉄損を求め、両者を比較する。鉄損はB-Hループの面積であるので、B-Hループで囲まれる面積を積分することで求めることができる。B-Hループで囲まれる面積を求める積分は、B-Hループを上昇と下降部分に分割することにより、容易に行われる。1/f ゆらぎを呈する部分と呈さない部分それぞれの磁化特性から鉄損を求めた結果を図11、図12に示す。



赤・・・1/f ゆらぎ あり: 8648.97 [J/m²]
青・・・1/f ゆらぎ なし: 7025.53 [J/m²]
図11 1/f ゆらぎによる鉄損 軟鉄



赤・・・1/f ゆらぎ あり: 3272.33 [J/m²]
青・・・1/f ゆらぎ なし: 3038.98 [J/m²]
図12 1/f ゆらぎによる鉄損 珪素鋼板

図11と12はそれぞれ軟鉄と無方向性珪素鋼板に於ける1/f ゆらぎを呈する部分と呈さない部分の磁化曲線および鉄損を示している。明らかに飽和磁束密度が高い1/f ゆらぎを呈する部分の方が軟鉄と珪素鋼板の何れに於いても大きいことがわかる。

(4) 鉄損の可視化

各画素単位で求めた磁化特性において鉄損を求め、局所的な鉄損を計算し鉄損分布を求め、その結果を図 13、図 14 に示す。明らかに珪素鋼板は鉄損が削減されていることがわかる。

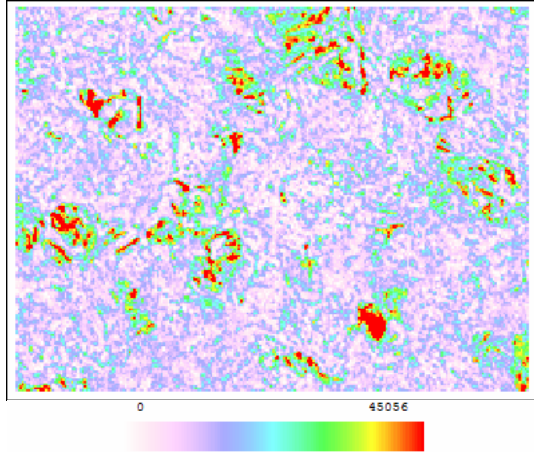


図 13 鉄損分布の可視化 軟鉄

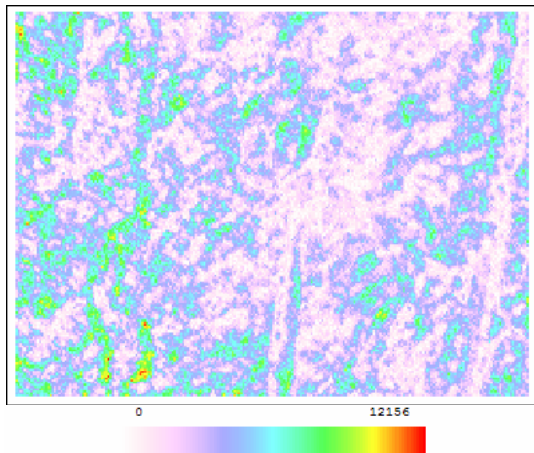


図 14 鉄損分布の可視化 珪素鋼板

4 結言

本稿では、ピッター法で可視化した磁壁動画像から $1/f$ ゆらぎ周波数成分を可視化した。

一般に、磁性体は磁気ノイズを電子回路へ与えることや磁気飽和による非線形特性を呈することが知られているが、この中で磁気ノイズ発生のメカニズムを解明するため、ピッター法による磁壁の可視化動画像の周波数特性から、特に磁気ノイズに関係すると考えられる $1/f$ ゆらぎ周波数成分分布領域の可視化を試みた。

本稿では、金属中で最も飽和磁束密度が高い軟鉄と軟鉄の鉄損を削減するために珪素を含有させた無方向性珪素鋼板に対する $1/f$ ゆらぎ周波数分布特性を可視化して吟味した。その結果、鉄損を削減するためにシリコンを含有させた無方向性珪素鋼板は $1/f$ ゆらぎ周波数で運動

する磁区部分を削減し、結果として磁性体から生ずるノイズを削減している可能性が判明した。

また、 $1/f$ ゆらぎ周波数特性を呈する磁性体は、飽和磁束密度は高いが、鉄損も大きくなることが判明した。

普通、指導教員への謝辞は要らない。

謝辞：本研究を進めるに当たり、齋藤兆古教授、早野誠治先生には数多くのご指導、ご支援を賜りました。深く感謝致します。

また、齋藤兆古研究室の皆様には、公私にわたりご助言、ご支援を賜りました。ありがとうございました。

参考文献

- [1] Alex Hubert, Rudolf Schaefer, Magnet Domains, Springer, 1998.
- [2] H. Endo, S. Hayano, Y. Saito, M. Fujikura, and C. Kaido, Magnetization Curve Plotting from the Magnetic Domain Images, *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 37, No. 4, pp.2727-2730, 2001.
- [3] 藤咲忠春, 早野誠治, 齋藤兆古, 堀井清之, ピッター法による可視化画像から磁化特性の抽出, 可視化情報学会シンポジウム, B211, 2005.
- [4] 寺西正晃, 丸山和夫, 早野誠治, 齋藤兆古, 堀井清之, 自然界の画像が持つ $1/f$ 周波数成分の可視化, 可視化情報シンポジウム, B108, 2005.
- [5] 川西健次, 近角聰信, 櫻井良文, 磁気工学ハンドブック, 朝倉書店, 1998.
- [6] 須永高志, 寺西正晃, 齋藤兆古, 堀井清之, ピッター法による可視化磁区画像から $1/f$ ゆらぎ抽出, 可視化情報シンポジウム, A311, 2005.
- [7] 須永高志, 寺西正晃, 齋藤兆古, ピッター法による可視化磁区画像から周波数特性の抽出, 第 15 回 MAGDA in 桐生, 2006, 講演論文集 p.84-p.94

コンデンサ中の変位電流の可視化 と 端効果に関する研究

Visualization of Displacement Currents Flowing in the Capacitors and a Study of Edge Effect

星野賢治

Kenji HOSHINO

指導教員 齋藤兆古

法政大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程

Electrical capacitor is one of the most popular and widely used electric circuit elements storing electric field energy. Due to its mechanical structure, electric field distribution could not uniform at the edges of electrode plates constructing capacitor. This field distortion is so called edge effect. Principal purpose of this paper is to minimize the edge effect, so that it enables us to optimize the shape of electrodes leading to the maximum capacitance but minimum size. To realize this purpose, it is essential to compute the electric fields around capacitor exactly. The electric fields around the capacitor theoretically distribute to an infinitely long distance point. In order to take into account this electric field nature rigorously, in this paper, we employ the strategic dual image (SDI) method along with conventional first order triangular finite element method. Apply our method to the capacitor having different geometrical shape as well as permittivity clarifies the nature of edge effects of capacitors. As a result, it is suggested that one of the best geometrical structured capacitors.

Key Words : Capacitor, Edge effect, Strategic dual image method

1. はじめに

近年のデジタル計算機の高性能化と小型化，ならびに低価格化はデジタル計算機の爆発的普及をもたらし，いわゆる，デジタル計算機がパーソナルコンピュータ(Personal Computer,以下，PCと略記)と呼ばれる高級・多機能文房具として使われるようになった。このため，有限要素法や境界要素法で代表される電磁界の数値解析は，PCで実行可能な環境になり，この意味で，既に数値解析の汎用パッケージが販売されるに至っている[1]。

有限要素法の特徴の一つは，偏微分方程式で記述される物理現象を呈示する未知関数を，折れ線や折面に代表される区分的多項式(Piecewise polynomial)群で近似的に表そうとすることにある。この考えは，対象とする解析領域を，有限要素(Finite element)と呼ばれる単純な形状の部分領域に分割することにより実現される。また，有限差分法のように直接偏微分方程式を近似するのではなく，関連する積分表示式，汎関数，を近似することが特徴となる。いずれにしても，最終的に得られるシステム方程式は，有限差分法と同様に未知の格子点(有限要素法では節点と呼ぶ)の関数値に対する線形システム方程式と

なる。一方で，これらの手法は常に閉じた空間を対象とするものであるため，開領域を有する問題には適用できないという欠点もある。

有限要素法は土木工学や航空機の構造力学で誕生したと言われている。この分野においては，有限要素法の母体となるマトリックス法と呼ばれる手法がすでに存在していたが，有限要素法はマトリックス法の数学的一般化とも見なされる。

本論文では，電磁気学で遭遇する偏微分方程式を数値的に解く代表的な手法である有限要素法の中で最も初歩的な三角形一次要素を採用し，コンデンサ中を流れる変位電流の可視化とその応用に関して述べる。また，三角形一次有限要素を用いた有限要素法は，解析領域を三角形要素で離散化して近似解を得る。三角形要素による離散化は，有限の領域しかできない。それは同時に境界条件を明確に設定できるいわゆる閉領域で解くことを前提にしている。それゆえ，解が無遠慮まで広がっているような開領域の問題では直接使用することができない。この問題点を解決する双対影法を適用する。双対影法とは電磁気学の電気影法を拡張したもので開領域問

題を二つの閉領域問題として置き換えるという手法である。この双対映像法の適用により厳密に電磁界の開領域問題を有限要素法で解くことが可能となる[2]。

コンデンサは電氣的絶縁物である誘電体をサンドイッチ状に電極が挟む形状で構成される。電界分布は様でなく、いわゆる端効果が存在する。このため、流れる変位電流は様な密度で分布せず、結果として電極の有効断面積が減少する。そこで本論文の目的はコンデンサ電極の幾何学的形状に関する条件を最適化し端効果を削減することが目的であり、小型大容量のコンデンサを実現することが最終的な目標である。

2. 有限要素法

(1) 基礎理論

二次元有限要素法は任意形状の二次元問題対象領域を三角形などの任意の形状の平面要素を用いて離散化し、ポテンシャル分布を計算する方法である。

単純に問題対象領域を一次関数で表現しただけでは全領域のポテンシャルを連立するシステム方程式は得られない。このため、問題対象領域のエネルギーに対応する関数、すなわち、汎関数を考える。また変分原理より有限要素法は、任意の形状の領域を任意の形状を持つ要素に離散化し、場のエネルギーを表す汎関数をもとめ、この汎関数の第一変分を取ることでエネルギーが最小になるようなポテンシャルの分布を求めるエネルギー最小原理に基づく偏微分方程式の解法である。

電界系の汎関数は、 ϕ をスカラーポテンシャル、 ϵ を誘電率、さらに ρ を電荷密度として、式(1)で与えられる。

$$F(\phi) = \frac{1}{2} \int \{\epsilon(\nabla\phi)^2 - 2\phi\rho\} ds \quad (1)$$

式(1)を変分原理に基づき変形し、Green の定理を用いれば、式(2)の Poisson の方程式、および式(3)の対象境界条件 (Symmetrical Boundary condition)が得られる。

$$\lambda \nabla^2 \phi + \sigma = 0 \quad (2)$$

$$\partial\phi / \partial n = 0 \quad (3)$$

(2) 電界系等価回路

図 1 示すような導体を一次三角形要素として考慮し、分割した図から汎関数のパラメタを考える。

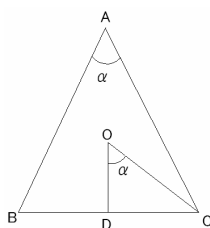


図 1 三角形要素

有限要素法で導いた三角形一次要素の節点間のパラメタを図 1 に従い変形すると式(4)となる。

$$\frac{\epsilon}{2} Cota = \frac{\epsilon}{2} \cdot \frac{OD}{DC} \quad (4)$$

二次元の偏微分方程式は無限に厚い三次元空間の単位厚さ部分で成り立っていると仮定しているため、式(4)の $(\epsilon/2)(OD/DC)$ は単位厚さ当たりに成り立つパラメタである。キャパシタンス C は誘電率 ϵ と電極面積 $1 \times OD$ に比例し、電極間距離 DC に反比例するから、明らかに $(\epsilon/2)Cota$ は節点 B, C 間のキャパシタンスとなる。以上のことから電界系の偏微分方程式は等価回路を描くことにより電気回路の知識で解くことが可能とされ、解析を容易にする[3]。

(3) 平行板コンデンサの電界解析

本節では、平行板コンデンサに流れる変位電流を有限要素法により解析し、端効果 (Edge Effect) がどのような影響を与えているか検証する。端効果とは、一般的に様々な物に発生し端部に影響を与える現象である。基本的には性能低下を引き起こす現象である。コンデンサに関して言うならば、高校、大学物理の電磁気学の問題では多くの場合無視されるケースが多く、微小な影響とされることがあった。しかし、コンデンサに流れる変位電流は端に特異な電流が流れ、静電容量 C の公式: $C = \epsilon S / d$ が成り立たなくなってしまう。実際には縁の近辺で電荷密度が増し容量が大きくなる。過去に近似式が導出されたが、どれも諸条件の設定が多く現実的ではなかった。本節では、図 2 のような一般的な平行板コンデンサを有限要素法により解析を試みる。図中の点線は解析領域を示す。

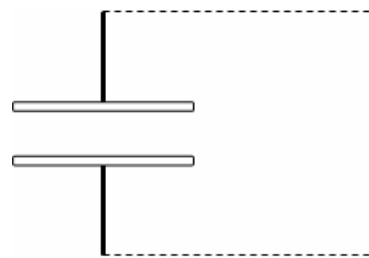


図 2 平行板コンデンサの解析領域

三角形有限要素で図 2 の対象領域を離散化し、三角形 800 個と 3200 個に分割し、2 ケースについて解析を行った。図 3 は変位電流ベクトル分布、図 4、図 5 は変位電流のマグニチュード分布の三次元プロット図と二次元等高線をそれぞれ示す。

図 3 から平行板コンデンサの電極間に流れている変位電流が均一に流れていないことがわかり、端効果がどのような影響を及ぼすのかがわかる。数値的に吟味しても中央付近と端の方の変位電流では差が存在した。図中のベクトルが表記され

てない領域は、数値的にみてベクトル大きさが電極付近と比較して微小である。このことから平行板コンデンサがどの付近まで実質的に影響を与えるかがみてとれる。

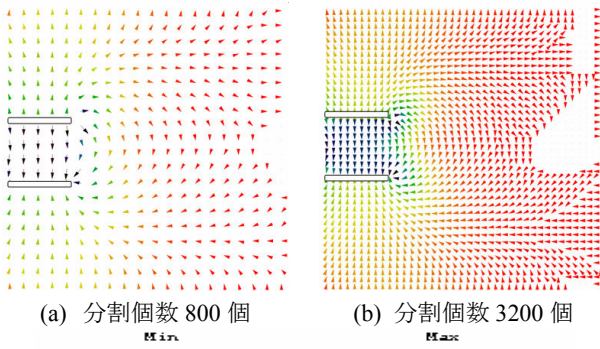


図3 変位電流分布

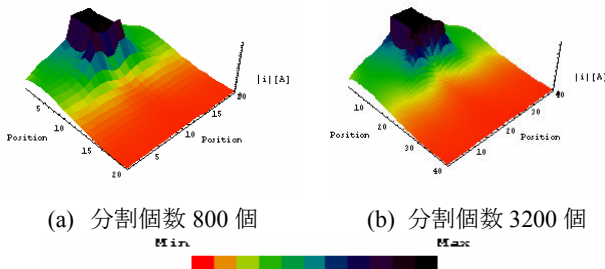


図4 変位電流マグニチュード分布(三次元プロット)

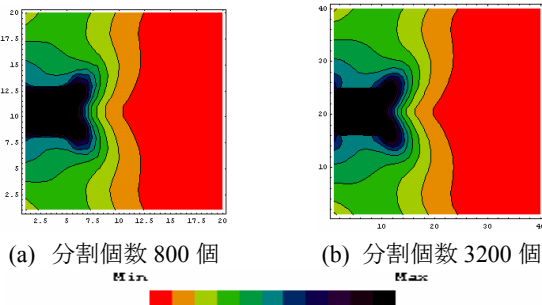


図5 変位電流マグニチュード分布(二次元等高線)

図4と図5から電極間の変位電流と周辺に流れる変位電流にどの程度の違いが生じているかわかる。数値的には、この領域では電極間の変位電流と端部の変位電流では数千倍の違いがあり端効果が微小な影響を与えていることがわかる。

また、本節では同時に有限要素法の分割個数による信頼度評価を行った。分割個数を4倍にして計算した3200個の方が細かく滑らかに出力されており、解の精度が向上していることを示している。

3. 双対映像法

(1) 概要

三角形一次有限要素を用いた有限要素法は、解析領域

を三角形要素で離散化して近似解を得る。三角形要素による離散化は、有限の領域しかできない。それは同時に境界条件を明確に設定できるいわゆる閉領域で解くことを前提にしている。それゆえ、解が無限遠点まで広がっているような開領域の問題では直接使用することができない。そこで、本章では開領域問題を解くための手法として双対映像法(Strategic Dual Image : SDI)について述べる[2]。双対映像法は、電磁気学の電気映像法を拡張したもので、映像を仮定することで開領域問題を閉領域問題に置き換えて有限要素解を得る解法であり、開領域問題を有限要素法で解く方法として非常に有効な解法である[4]。

(2) システム方程式

双対映像法でフィールドの回転方向成分と発散方向成分を求めるシステム方程式を式(5)とする。

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 \\ \mathbf{X}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1 \\ \mathbf{F}_2 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\left. \begin{array}{l} C_{11} \text{ 仮想境界内部の係数行列} \\ C_{21}, C_{12} \text{ 仮想境界上と仮想境界内部を結ぶ係数行列} \\ C_{22} \text{ 仮想境界上の係数行列} \\ \mathbf{X}_1 \text{ 仮想境界内部の解ベクトル} \\ \mathbf{X}_2 \text{ 仮想境界上の解ベクトル} \\ \mathbf{F}_1 \text{ 仮想境界内部からの入力ベクトル} \\ \mathbf{F}_2 \text{ 仮想境界上からの入力ベクトル} \end{array} \right\}$$

仮想境界にゼロ境界条件を設定し、回転方向成分 \mathbf{E}_t を求める。仮想境界をゼロ境界として、解いた解ベクトルを $(\mathbf{X}_{1z}^T \ \mathbf{X}_{2z}^T)^T$ とすると $\mathbf{X}_{2z} = 0$ の固定境界条件となるので、固定境界条件のシステム方程式は、式(5)から式(6)となる。

$$C_{11} \mathbf{X}_{1z} = \mathbf{F}_1 \quad (6)$$

仮想境界に対象境界条件を設定し、発散方向成分 \mathbf{D}_n を求める。仮想境界を対象境界として、解いた解ベクトルを $(\mathbf{X}_{1s}^T \ \mathbf{X}_{2s}^T)^T$ とするとシステム方程式、式(6)は、式(7)となる。ここで $\mathbf{F}_2 = 0$ となっているのは、仮想境界が解析領域全体を含むため、仮想境界上に入力が存在しないことを意味する。

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{1s} \\ \mathbf{X}_{2s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

回転方向成分と発散方向成分の平均をとり、開領域問題の解を求める。回転方向成分 \mathbf{E}_t と発散方向成分 \mathbf{D}_n の平均をとることで開領域問題の解を得る。開領域問題の解ベクトル $(\mathbf{X}_{10}^T \ \mathbf{X}_{20}^T)^T$ は、式(8)により求めることができる。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}_{10} \\ \mathbf{X}_{20} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} \mathbf{X}_{1z} \\ \mathbf{X}_{2z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{1s} \\ \mathbf{X}_{2s} \end{pmatrix} \right] \quad (8)$$

ここで $\mathbf{X}_{2z} = 0$ であることから、式(9)、式(10)の関係を
得る。

$$\mathbf{X}_{1s} = \mathbf{X}_{10} - C_{11}^{-1} C_{12} \mathbf{X}_{20} \quad (9)$$

$$\mathbf{X}_{2s} = 2\mathbf{E}_{20} \quad (10)$$

式(9)、(10)を式(7)に代入し、整理すると、開領域問題
のシステム方程式は、式(11)となる。

$$\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & 2C_{22} - C_{21}C_{11}^{-1}C_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{10} \\ \mathbf{X}_{20} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

(3) 双対映像法による電界解析

端効果現象によりコンデンサ中の電流は電極の中央付
近と端部では均一に流れない。さらにコンデンサの電極
寸法は、同一容量とするためには、端効果を無視した解
析値と端効果を考慮した解析値を比較すると後者のほう
が大きくなる。

具体的な変位電流の可視化例として、極めてポピュラーな
形状で構成される平行板コンデンサの変位電流ベクトル分布
を解析する。図 6 は平行板コンデンサとその周辺の領域を双
対映像法から得られた可視化変位電流ベクトル分布を示す。
三角形の分割個数は 1318 個である。

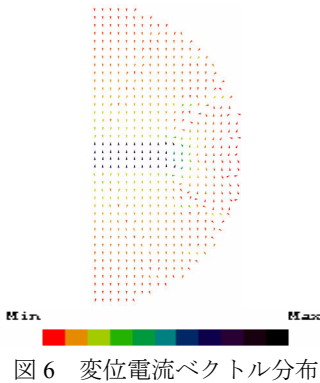


図 6 変位電流ベクトル分布

図 6 から平行板コンデンサの電極間に流れている変位電
流が均一に流れていないことが判り、端効果現象を確認でき
る。数値的な観点から比較しても、中央付近と端部の変位電
流ではかなりの有意差がある。このことから平行板コンデンサ
がどの付近まで端効果の実質的影響を与えるかが判る。

(4) コンデンサ形状の最適化

(3)節では、平行板コンデンサの周辺も加味した変位電流
分布を双対映像法により開領域問題として解析した。その結
果、端効果現象を確認した。本節ではコンデンサの幾何学的
形状を変えることによって端効果現象を削減する最適化を考

える。

図 7 と図 8 はそれぞれ電極の 1/2 領域(右側)を示し、電極
間体積、電極面積ともに同じ値を持つ類似な電極形状を持
つコンデンサである。この 3 種類のコンデンサを用いて、それ
ぞれ変位電流分布、静電容量を比較し、端効果現象にどの
ように影響を及ぼすのか吟味する。

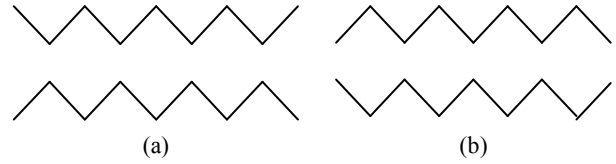


図 7 電極形状 パターン 1

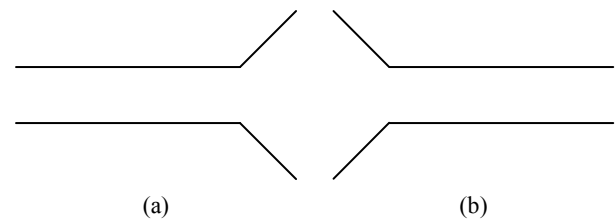


図 8 電極形状 パターン 2

図 9 と図 10 は図 7 と図 8 それぞれのコンデンサの電極形
状を双対映像法により解析した変位電流ベクトル分布である。
表 1 はそれぞれの静電容量を示す。

表 1 の結果から、パターン 1、2 の全て(b)のコンデンサが(a)
より大きな静電容量値をとることがわかる。(b)のコンデンサの
共通している点は端(右側)が(a)のそれより閉じていることから、
電極の端部が開いている方が電極間の距離、電極面積が同
値でも端効果が顕著であることを意味する。また同様に電極
間の距離、電極面積ともに同じ数値で他のケースについても
解析してみたところ、同様な傾向がでていたことから、電極の
端部が開くほど、また、電極の端部の体積が大きいほど端効
果現象がより顕著に発生してしまう傾向があるといえる。

表 1 静電容量

	(a)	(b)
パターン 1	299.3(pF)	310.1(pF)
パターン 2	251.2(pF)	284.7(pF)

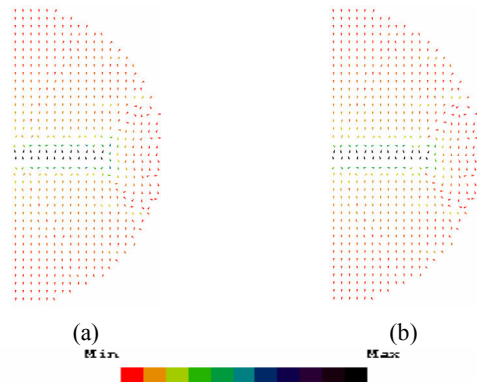


図 9 パターン 1 における変位電流ベクトル分布

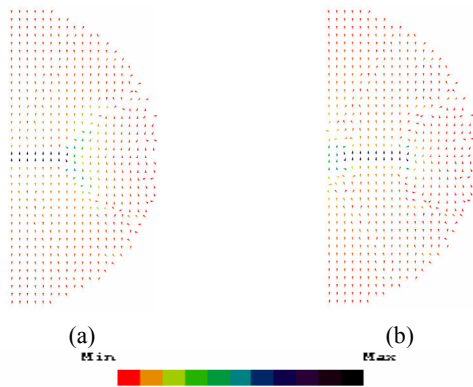


図 10 パターン 2 における変位電流ベクトル分布

表 1 静電容量

	(a)	(b)
パターン 1	299.3(pF)	310.1(pF)
パターン 2	251.2(pF)	284.7(pF)

4. 結論

本論文では、主に有限要素法、等価回路法、双対映像法を駆使し、コンデンサに流れる変位電流を可視化し、コンデンサに於ける端効果を解析した。その結果、コンデンサの端効果を可能な限り削減し、小型大容量なコンデンサ設計の一方途を述べた。

具体的な本論文の手法を述べれば以下の通りである。等価回路法により汎関数から導きかかれたシステム方程式の係数をコンデンサの静電容量と見立て、等価回路を組むことで、より解析を簡易化できた。それによって同軸角型導体、平行板コンデンサの電磁界解析を行った。同軸角型導体の解析では、有限要素解によって算出した静電容量は解析値より大きな値を与えることが判明し、変位電流分布から角型導体の頂点に向かう変位電流が特異になることを明らかにした。平行板コンデンサの解析では変位電流分布を求めることで、端部に発生する端効果現象を可視化した。

コンデンサは通常、平行板的な形状で構成されるため、必ず開境界へ繋がる端部を持つ。開領域問題を有限要素法で解析するため、本論文では双対映像法を適用し、コンデンサの変位電流分布解析を行った。双対映像法は電磁気学の電気映像法を拡張したものであり、従来、閉領域問題しか解析を行えなかった有限要素法を、2つの閉領域問題へ置き換え、有限要素解を得る手法である。電界系問題に対する双対映像法は、電気映像として電荷を想定するため、通常は電荷入力を前提とするが、電圧の拘束条件を導入し、電圧入力の電界系双対映像解を得ることができた。

電極形状、誘電率などの諸条件を変化させて変位電流分布解析を行い、端効果削減を目指す形状や誘電体配置などの最適化を試みた。電極形状を変化させた場合、電極間距離、電極面積が同じ値とする条件下で解析を行った。その結果、電極の端部が広がるほど、また電極の端部の体積が大きくなるほど静電容量が低下し、端効果現象が顕著となることが判明した。誘電体の配置を変化させた場合、端部に誘電率の大きい誘電体を設置するほど、静電容量が低下し、端効果の影響を拡大することが判明した。

従来、端効果現象は電磁界解析において無視されるケースが多く微小な影響といわれることがあった。しかし、本研究での解析の結果、精度の高い解析が要求される場合、端効果現象は無視できない現象であることを明らかにした。

参考文献

- 1) <http://www.jri-sol.co.jp/field/service/package.html>
- 2) Y.Saito, K.Takahashi and S.Hayano, "The Strategic Dual Image Method: An extremely simple procedure for open field problems," J. Appl. Phys. 63(8) 15 April 1988
- 3) 星野賢治, 齋藤兆古, "端効果の可視化によるコンデンサ形状の最適化" MAGDA 第 15 回, pp.83-87, 2006.
- 4) Y.Saito, K.Takahashi and S.Hayano, "Finite Element Solution of Open Boundary Magnetic Field Problems," IEEE Trans. MAG-23 No.5, September 1987.
- 5) 遠藤久, 齋藤兆古: 平面型変圧器の磁界解析 1998 年度法政大学卒業論文