

# 電気インピーダンス法における Sensitivity 行列法 と電気双極子法の実験的検証

音川英二，早野 誠治，齋藤 兆古（法政大学 大学院）

堀井 清之（白百合女子大学）

## Experimental Verification of Sensitivity Matrix and Electric Dipole Methods in Electrical Impedance Tomography

Eiji OTOGAWA, Seiji HAYANO, Yoshifuru SAITO and Kiyoshi HORII

### ABSTRACT

With the developments of modern high-speed computer, X-ray and MRI tomographies are widely used as a deterministic tool of medical diagnosis. On the other side, EIT (Electrical Impedance Tomography) is now developing mainly for industrial use. Fundamental difference between the normal and functional tomographies is that the former needs not to handle the functionally measured data, but the latter is based on the functional nature of the measured data. Namely, EIT requires a solution of ill-posed linear system of equations but MRI or X-ray tomography does not require the solution of such the ill-posed linear system of equations.

In the present paper, we propose one of the most reliable solution methodologies based on the electrical dipole assumption, and compare the results obtained by voltage dipole and conventional sensibility methods.

**Keywords:** Generalized Vector Sampled Pattern Matching Method, Inverse parameter problems, Functional type tomography

### 1. 緒 論

現在，実用化されている断層撮影技術として，X 線 CT (Computerized Tomography) や MRI (Magnetic Resonance Imaging) などがある．これらは医療分野において革新的な技術である．X 線 CT は，X 線照射装置などが放射線機器が必要であり，MRI は，強力な磁界生成のために超伝導磁石が必要である．放射線機器や超伝導磁石などの装置は取り扱い技術資格や比較的大型で高価であり，小規模の病院では設置が難しい．これらの問題点を解消すべく，より小型で安価に断層撮影を行うための研究が各国で行われている．特に，多くの人口を抱える中国では，国家計画として研究・開発が行われている<sup>1)</sup>．関数型トモグラフィで開発が急がれているのが電気インピーダンス・トモグラフィ (Electrical Impedance Tomography, EIT) である．X 線 CT や MRI などでは，断層撮影対象へ X 線やマイクロ波を照射する．X 線やマイクロ波は断層撮影対象内を直進するので，その応答は一次関数で表現することができる．他方 EIT では，断層撮影対象物へ電圧印加に対する応答が双曲線関数で表現されるため，簡単に逆投

影できない．このように入力に対する応答が線形な関数でないため，EIT などの断層撮影技術を関数型トモグラフィ (Functional Tomography) と呼ぶ．このような関数型トモグラフィの問題点は，簡単に逆投影が出来ず，画像の再構成に決定的方法論が確立してない点にある．関数型トモグラフィで最も一般的な画像再構成法として Sensitivity 行列法がある．Sensitivity 行列法は，予め媒質のパラメータを想定し，媒質パラメータの変化に起因する応答を準備する．このことから，考えられる全ての変化パターンの想定は困難でありこれが Sensitivity 行列法の欠点である．

本論文では，電磁気学における電気双極子を関数型トモグラフィに導入した電気双極子法という新たな定式化法を導入する．電気双極子法の利点は，Sensitivity 行列法のように媒質のパラメータを想定が不必要な点，さらに与える解の信頼性にある．本論文は，関数型トモグラフィの一種である EIT へ電気双極子法を適用し，従来の Sensitivity 行列法に拠る結果と比較する．

### 2. 理論的背景

#### 2.1 Sensitivity 行列法

Sensitivity とは、断層撮影対象内を離散化した最小領域のうちの一点で媒質パラメータが変化した際の領域全体のインピーダンス変化量を表す。断層撮影対象外周部に設置された測定電極対が  $i, j$  であるときの任意の離散化領域  $rn$  の Sensitivity 値  $S_{i,j}^{rn}$  は、式(1)のように表される。

$$S_{i,j}^{rn} = \frac{1}{\beta} \frac{Z_{i,j}^{rn} - Z_{i,j}^a}{Z_{i,j}^b - Z_{i,j}^a} \quad (1)$$

$$\beta = \frac{D_n}{D_{all}} \quad (2)$$

Sensitivity 値  $s_{i,j}^{rn}$  は、任意の離散化領域  $rn$  のみに検出対象導電率  $b[S/m]$  が存在する場合のインピーダンス  $Z_{i,j}^{rn}$  と、領域内が基準導電率  $a[S/m]$  で満たされた基準状態でのインピーダンス  $Z_{i,j}^a$  との差分を取ることで、基準インピーダンスからのインピーダンス変化量を算出し、それを最大の変化量  $Z_{i,j}^b - Z_{i,j}^a$  で正規化する。  $Z_{i,j}^a$  は対象領域が全て基準導電率  $a$  で満たされている場合の基準インピーダンス、  $Z_{i,j}^b$  は検出対象導電率  $b[S/m]$  で満たされている場合の最大インピーダンスである。更に対象領域全体の面積  $D_{all}[m^2]$  に対する離散化領域  $rn$  の面積  $D_n[m^2]$  の占める割合で除することで、各離散化領域の面積による違いの影響を削減する。

このような Sensitivity 値を測定電極  $i, j$  の全ての組み合わせと、全ての離散化領域  $rk$  について並べたものを Sensitivity 行列と定義する。 Fig.1 の場合、測定電極は12 極存在するので、  $i, j$  の全ての組み合わせは  $(12 \times (12-1))/2 = 66$  組となる。また、断層撮影対象領域は312 個の領域に離散化されているので、  $k = 312$  となる。任意の導電率分布状態における測定インピーダンス  $Z_{i,j}$  [ ] と基準インピーダンス  $Z_{i,j}^a$  [ ] の差であるインピーダンス変化量  $Z'_{i,j}$  [ ] は、Sensitivity 行列  $S$  と導電率分布  $\kappa$  の積の形で表すことができ、式(5) が成り立つ。

$$Z'_{i,j} = Z_{i,j} - Z_{i,j}^a \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} Z'_{1,1} \\ Z'_{1,2} \\ \vdots \\ Z'_{i,j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{1,1}^r & S_{1,1}^b & \dots & S_{1,1}^{rn} \\ S_{1,2}^r & S_{1,2}^b & \dots & S_{1,2}^{rn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{i,j}^r & S_{i,j}^b & \dots & S_{i,j}^{rn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_2 \\ \vdots \\ \kappa_k \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$Z' = S\kappa \quad (5)$$

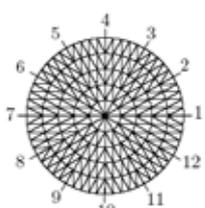


Fig.1 Mesh System and Electrodes

式(5) を用いて導電率分布  $\kappa$  を求めるためには、  $S$  の逆行列を  $Z'$  の左側から掛けることになる。しかし、  $S$  は

一般に正則ではないため、逆行列を求めることができない。したがって、この問題は不適切な線形システム方程式を解く逆問題に帰する。近年、村井や加川等によって提唱された Sensitivity 行列法へ筆者等が提唱した GVSPM (Generalized Sampled Pattern Matching) 法を適用した結果、Newton 法や特異値分解法等よりも良好な結果が武居等やDong 等によって報告されている<sup>2-5)</sup>。本論文では、この不適切な線形システム方程式の解法として GVSPM 法を採用する。

## 2.2 電気双極子法

電気回路において、抵抗で生じる電圧降下は電圧源に対する逆起電力と考える事ができる。抵抗素子を微小な抵抗素子の集合と考えれば、抵抗素子における逆起電力は微小な逆起電力の集合と考えられる。微小な逆起電力は陽・陰電極の組み合わせであるから、電気双極子で表現できる。よって、抵抗における逆起電力を電気双極子の集合で置き換えて考える。 Fig.2 a) に示す領域  $A$  に対して電流  $I[A]$  を注入した場合、領域内部には逆起電力分布  $V_A(x,y)[V]$  が生じる。同様に Fig.2 b) に示す領域  $B$  に先ほどと等しい電流  $I[A]$  を注入した場合、領域内部には逆起電力分布  $V_B(x,y)[V]$  が生じる。領域  $B$  は領域  $A$  内に異なる導電率の部分を追加した状態である。領域  $A$  の状態から領域  $B$  の状態への導電率分布変化に起因する両者の逆起電力分布の相違  $V_C(x,y)$  は式(6) で与えられる。この差分逆起電力分布  $V_C(x,y)$  は電気双極子の集合からなると考えられる。

$$V_B(x,y) - V_A(x,y) = V_C(x,y) \quad (6)$$

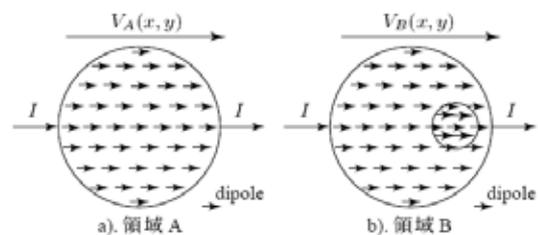


Fig.2 Counter EMF caused by Resistance Difference

EIT の目的は、断層撮影対象領域外周部で測定される電圧分布から断層撮影対象領域内部の導電率分布を推定することにある。導電率分布の推定は、導電率の変化によって生じる逆起電力分布  $V_C(x,y)$  が与える対象周辺電圧分布から電気双極子の位置と大きさを推定することと等価である。このように、EIT の導電率パラメータ推定問題は、電気双極子の与える対象周辺電圧分布から電圧源である電気双極子の位置を推定する問題に置き換える<sup>6-9)</sup>。

Fig.3 に示す電気双極子が作る電圧は式(7) で与えられる。ここで、  $V_p [V]$  は電荷  $Q[C]$  を有する電気双極子が距離  $r[m]$  離れた任意の点  $P$  に作る電圧である。また、  $[F/m]$  は空間の誘電率であり、  $[m]$  は電気双極子の有

する陽極，陰極間の距離である．

$$V_P = \frac{Q\delta \cos \theta}{4\pi\epsilon r^2} \tag{7}$$

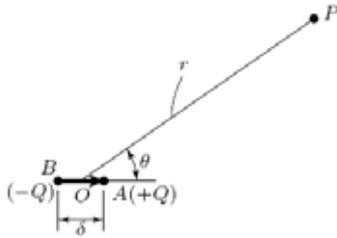
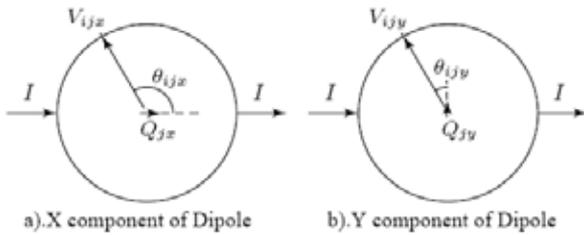


Fig.3 Electric Dipole



a).X component of Dipole      b).Y component of Dipole  
Fig.4 Measurable Voltage and Voltage Dipole

Fig.4 に示すように，任意の離散化領域に存在する電気双極子はX成分，Y成分で構成されるものとする，断層撮影対象領域外周部の周辺電圧分布は対象領域内を離散化した複数点の電気双極子のX成分，Y成分が作る電圧分布の線形和であると考えられる．よって，対象領域外周部の周辺電圧分布は式(7)を用いて，式(9)で与えられる．ただし， $n=4$  とする．

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11x} & G_{11y} & \cdots & G_{1mx} & G_{1my} \\ G_{21x} & G_{21y} & \cdots & G_{2mx} & G_{2my} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ G_{n1x} & G_{n1y} & \cdots & G_{nmx} & G_{nmy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_{1x} \\ Q_{1y} \\ \vdots \\ Q_{mx} \\ Q_{my} \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$V = GQ \tag{9}$$

$$G_{ijx} = \frac{\cos \theta_{ijx}}{r_{ij}^2} \tag{10}$$

$$G_{iyy} = \frac{\cos \theta_{iyy}}{r_{ij}^2} = \frac{\sin \theta_{ijx}}{r_{ij}^2} \tag{11}$$

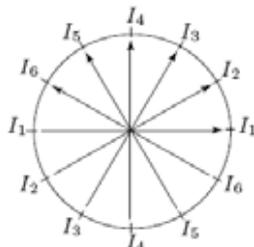


Fig.5 Pairs of Electrodes for Current Injection  
式(9) のシステム方程式から求めるべきは任意の位置に於ける電気双極子の大きさQ[C] であるから，Gの逆行列を周辺電圧値V [V] の左側に掛けることになる．ところが，対象領域外周に設置できる測定電極数は有限個に

限定されるため，一般に行列Gは正方行列にならない．したがって，この問題は不適切な線形システム方程式を解く逆問題に帰する．電気双極子法においてもSensitivity行列法の場合と同様に逆問題解法としてGVSPM法を採用する．このような線形システム方程式は，電流注入パターンそれぞれに与えられる．これらの線形システム方程式をそれぞれ独立に解き，得られた複数の結果を用いて式(12)で表される畳み込み演算(convolution)を行う．畳み込み演算は解の共通部分を抽出するフィルタ演算であり，電流注入パターンを変えても，常に異なる導電率が検出される部分のみを抽出することによって，逆問題による解の信頼性向上を図る．

$$Z = Z_1 \otimes Z_2 \dots \otimes Z_{n/2} \tag{12}$$

対象領域内の電流分布を助案すると，この畳み込みによる方法は，電極組み合わせ数を増やすことが，必ずしも解の精度を向上させることを意味しない．よって，可能な限りの電極組み合わせ数を取ることなく，測定電極n個に対して，電流注入パターン数はn/2個となるように電極組み合わせを設定する．Fig.5に示すように，対象領域外周部に電極が12個存在する場合，対象領域への電流注入パターンは6方向となる．

### 3. 実験による検証

#### 3.1 実験装置

実験には断層撮影対象として，Fig.6のようなトレイを用意し，予めインピーダンス・アナライザを用いて各電極組み合わせにおけるインピーダンスの測定を行った．装置の各パラメータをTable.1に示す．測定対象とするインピーダンスは抵抗成分とし，リアクタンス成分は考慮しない．このため，リアクタンス成分が最小となる電極間インピーダンス周波数特性の測定結果から，測定対象周波数を3[kHz]とした．Fig.7に測定回路を示す．

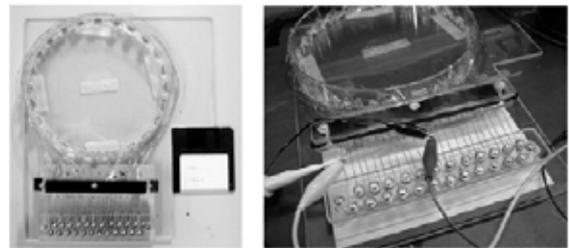


Fig.6 Tested ECT

Table 1. Various parameters of tested device

測定対象トレイ	アクリル樹脂製，直径 20cm，銅板電極 24 極 (H=2cm W=1cm D=0.3mm)，水深 1cm
検出対象物	銅ブロック (H=2cm W=2cm D=2cm)，発泡スチロールブロック (H=2cm W=2cm D=2cm)
Impedance Analyzer	HewlettPackard 4194A

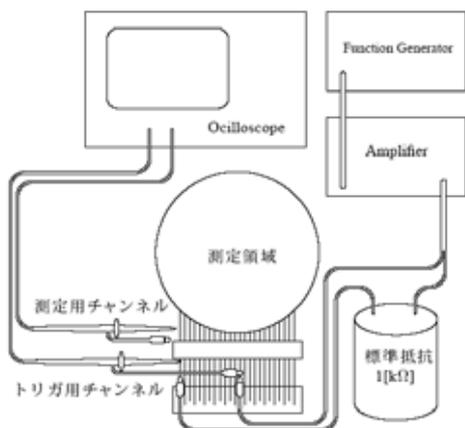


Fig.7 Circuit Diagram of the Tested Device

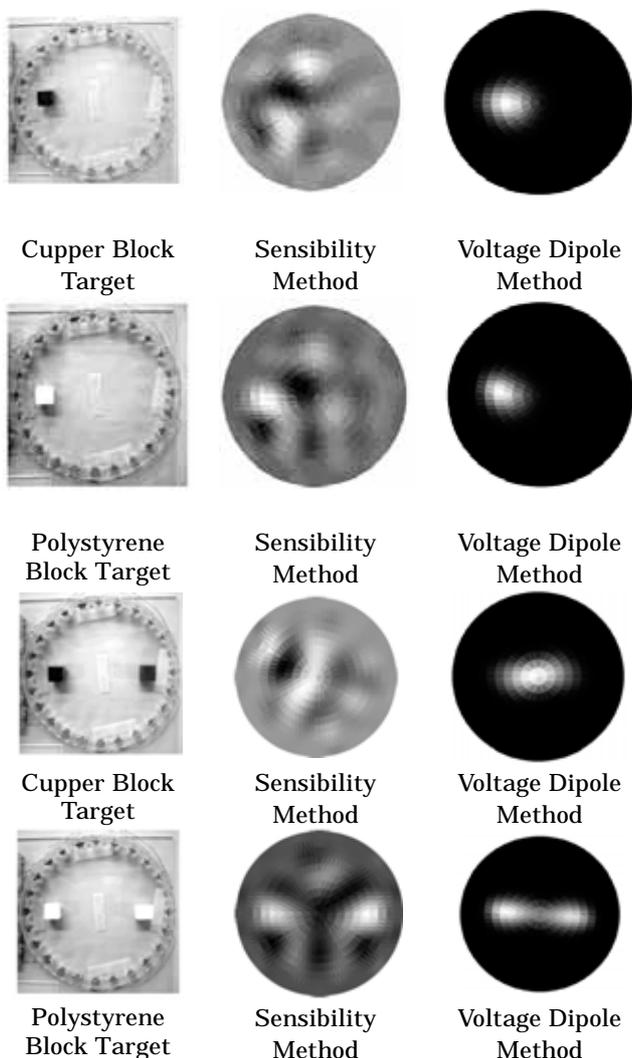


Fig.8 Tested Targets and Computed Results

3.2 実験結果

Sensibility行列法で得られた導電率分布の例をFig.8に示す．導電率の大きい銅ブロックと導電率の小さい発泡スチロールブロックを水中に挿入した場合である．

4.まとめ

本論文では、関数型トモグラフィの研究として一般的なSensitivity 行列法と筆者等が提唱する電気双極子法について、実験によってそれらの有効性を検証した．電気双極子法は、抵抗素子に電流を流した際に生じる電圧降下が逆起電力で表すことができる点に注目し、その逆起電力を電気双極子として扱うことで、導電率パラメータ推定問題であるEIT に電気双極子を用いた新たな定式化法である．Sensitivity 行列法と電気双極子法の両者を実際の実験と比較した場合、両者も一長一短であるが電気双極子法は畳み込み演算が効果的にコントラストを改善する．現在関数型EITで主流な再構成法であるSensitivity 行列法に何らかのフィルタ演算が適用可能であれば、関数型EITの解像度も飛躍的な向上が期待できる．他方電気双極子法はターゲットの配置に拠って感度低下が起こる問題点が懸念される．

参考文献

- 1) H. Tian, W. He, and Y. Saito, A Study of Reconstruction Algorithm for Electrical Impedance Tomography , The 2<sup>nd</sup> Japan, Australia and New Zealand Joint Seminar, pp.24-25, Kanazawa Japan, January 2002.
- 2) T. Murai, and Y. Kagawa, Electrical impedance computed tomography based on a finite element model, IEEE Trans. Biomed. Eng. Vol.32, pp.177-84, 1985.
- 3) H. Endo, S. Hayano, Y. Saito, and K. Miya, Generalized vector sampled pattern matching method-theory and applications Electromagnetic Nondestructive Evaluation, Studies Appl. Electromagn. Mech, pp.285-92, 2002.
- 4) 武居昌宏, 李輝, 越智光昭, 齋藤兆古, 堀井清之, " サンプルパターン・マッチング法による固気二相流CT画像の再構成, " 可視化情報学会論文集, Vol.22, No.9,pp.71-78, 2002.
- 5) G. Dong, R. Bayford, S. Gao, Y. Saito, R. Yerworth, D.Holder, W. Yan, The application of the generalized vector sample pattern matching method for EIT image reconstruction, Physiol. Meas., pp.449-466, 2003
- 6) H. Saotome, T. Doi, S. Hayano, Y. Saito, Crack identification in metallic materials, IEEE Transaction on Magnetics Vol. MAG-29, No.2, March, pp.1861-1864, 1993
- 7) 音川英一, 早野誠治, 齋藤兆古, 堀井清之, " パラメタ推定に関する逆問題とその関数型トモグラフィへの応用 ", 可視化情報学会論文集, Vol.23, No.1, pp.103-106, 2003.
- 8) 音川英一, 早野誠治, 齋藤兆古, " 電気インピーダンス法に関する一考察 ", 電子情報通信学会技術研究報告, Vol.103 No.564, pp.91-98, 2004.
- 9) 音川英一, 早野誠治, 齋藤兆古, 堀井清之, " 電気インピーダンス法による導電率分布可視化とその実験的検証 ", 可視化情報学会論文集, Vol.24, No.1, pp.255-258, 2004.