

ウェーブレット変換を用いたカラー画像の縮小・拡大について

石田 則道 (法政大学) 斎藤兆古 (法政大学) 国井利泰 (法政大学)

A Study of Image Size Changing by the Wavelets Transform

Norimichi Ishida, Yoshifuru Saito, Toshiyasu L. Kunii

ABSTRACT

Discrete wavelets transform is widely used for the wave and image analysis. On the other side, Major of the conventional image handling is based on the storing the snap shots of graphics image data. These types of image handling methodology greatly depend on the development of hardware. With the development of the modern software and hardware technologies, the demand for high quality and high speed image processing is increasing for various industrial applications. In the present paper, we propose a new methodology of image data handling technique by discrete wavelets transform.

Keywords: Wavelets Transform, Image color data, Computer Graphics

1. はじめに

ウェーブレット変換はフーリエ変換を拡張した概念から始まり、非直交基底を用いた連続系ウェーブレット変換の信号解析への有用性が示され、多くの工学・理学的応用がなされている。その後、スペクトラムにエネルギーの概念が与えられる離散値系直交ウェーブレット変換が提唱され、スペクトラムの特性から信号を評価するフーリエ変換的概念から、原空間の信号を抽出・分解する新しい信号処理技術分野を確立しつつある¹⁾。他方、1980年代から個人用計算機(パーソナルコンピュータ)は低価格化と高性能が相俟って急速に普及し、その結果、映像情報であるコンピュータグラフィックスは、膨大な情報量を有するため、必然的に個人レベルから組織レベルまでの情報伝達手段として大きな社会的有用性を持ち、その広範な普及が期待されている。

コンピュータグラフィックスは極めて豊富な情報を有するため、多くの情報を包含する高品質なグラフィックデータをハンドリングするには、必然的に高度なハードウェアを必要とする。本論文は、このような現状を踏まえ、コンピュータグラフィックスの持つ本質的な情報を抽出する手段として離散値系ウェーブレット変換による映像情報処理技術の一方法を提案するものである。本論文では、ウェーブレット変換を用いて、映像情報をハードウェアに対して負担が少なく、人間

の視覚情報として説得性の高い情報へ如何に展開するかについて検討する。換言すれば、コンピュータグラフィックスの豊富な情報から本質的な情報をウェーブレット変換で抽出し、結果としてハードウェアに対して負担の少ない信号量へ圧縮し、圧縮された本質的な情報(ウェーブレットスペクトラム)を人間に対して説得力の高い視覚情報へ如何に展開するかを検討する。具体的には、ウェーブレット変換を用いて画素数を変更した場合、どのような基底関数を用いると再現性が高いかについて考察する。

2. 画像処理

画像処理は広義にはアナログ画像の現象も含むが、ここではデジタル画像の取り扱いを画像処理と定義する。デジタル画像はピクセル(pixel)と呼ばれる画素の集合で構成する映像情報である。カラー画像を構成する個々の画素は光の3原色である(red)、緑(green)および青(blue)からなり、通常RGB信号と呼ばれる。例えば、Mathematicaでの処理はRGB信号がそれぞれ0から1の値を持ち、カラー画像からRGBColor関数を用いて分離した数値配列へ取り込むことができる。RGB情報を0から1の数値データとして含む、それぞれの配列へ数学的演算を施すことで、画像から情報を取り出すことが可能である²⁾。特定の映像情報を表現する場合、画素数が多いほど精緻な画像を表現可能である反面、画像を表現するハードウェアに

対する負担は大きい。逆に、画素数が少ないほどハードウェアに対する負担は少ないがため説得力のある情報は得られない。したがって、画素数の少ない画像は画像数を多くすることで情報量を豊かにする方法が考えられる。

本論文は、画素数の少ない低解像度の画像へ如何に多くの情報を集約し、低解像度の画像の持つ情報から如何に、精緻な画像を再現するかを検討する。低解像度の画像を生成する場合、大まかに2つの方法が考えられる。1つは単純な間引きによる画素数の削減である。他方は、少ない画素中に原画像の情報を集約させる方法である。単純な間引きによる低解像度画像はサンプリングした原画像の情報しか有していないため、高解像度の画像へ展開しても情報量が増加するわけではなく、単純に内挿補間による画素数の増加された画像が得られるのみであり、再現性は内挿の方法による相違を評価することとなる。他方、予め何らかの方法で低解像度画像へ原画像の情報を集約した画像であれば、集約された情報を展開する作業が高解像度画像の再構成となり得るのである。低解像度の画像を再構成する場合、条件によって大きく二方法が考えられる。低解像度画像に対する先見情報やデータベースが存在する場合と存在しない場合である。本論文では先見情報が与えられてなく、何らかの方法で低解像度画像から高解像度画像を再現する場合について検討する。

3. カラー画像の縮小と拡大

3.1 高解像の基準画像

図1に本論文で採用したサンプル画像で、最も高解像度の画像である。この128x128画素からなる画像を基準画像とし、この画像の16分の1(6.25%)の画素数(32x32)を持つ低解像度画像を作成し、低解像度画像を高解像度画像へ再構成した場合、基準画像との再構成画像間の相関係数で再現性を評価することとする。

128 by 128



Fig. 1 Original color high resolution image

3.2 低解像度

図2(a)-(c)、それぞれ単純間引き、ドビッシーの2,4,8,16次基底関数を採用したウェーブレット変換による低解像度画像を示す。同一画素数であっても情報量の相違が感じられるであろう。同一画素数を持つ画

像間の相関係数を、単純間引き画像図2(a)を基準として計算すると、高次のウェーブレット基底関数を採用した場合ほど低く、図2(b),(c),(d),(e)、それぞれに対して0.94,0.92,0.85,0.72となる。これは、単純間引き画像と比較して、高次のウェーブレット基底関数を使った画像の縮小は基底関数が高次になるほど単純間引きで除かれる原画像の情報を有していることに他ならない。ちなみに、図2(d),(e)間の相関係数は0.92であり、ウェーブレット変換基底が高次であるほど共通の原画像情報を維持していることを意味する。

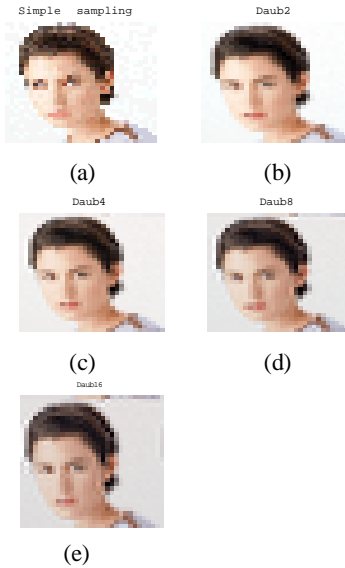


Fig. 2 Low resolution image

ウェーブレット変換による画素数削減は $I_{128 \times 128}$ を原画像イメージデータとすれば、 $W_{128 \times 128}$ をウェーブレット変換行列として、原画像のウェーブレット変換スペクトラム $S_{128 \times 128}$ は次式で与えられる。

$$S_{128 \times 128} = W_{128 \times 128} \cdot I_{128 \times 128} \cdot W_{128 \times 128}^T \quad (1)$$

(1)式のスペクトラム行列 $S_{128 \times 128}$ の(1,1)要素から(32,32)要素の正方部分行列 $S_{32 \times 32}$ とすれば、32x32

画素へ縮小された画像 $I_{32 \times 32}^{(w)}$ は

$$I_{32 \times 32}^{(w)} = W_{32 \times 32}^T \cdot S_{32 \times 32} \cdot W_{32 \times 32} \quad (2)$$

で与えられる。ただし、 $W_{32 \times 32}$ は32行32列のウェーブレット変換行列である。(1)式は原画像データを $I_{128 \times 128}$ をウェーブレット変換によって、(1,1)要素を基点として空間変化率の小さい低周波成分から高周波成分へ並べ替えることを意味し、(2)式は空間周波数の比較的低い部分領域の画像を低解像度画像として再現することに他ならない。ウェーブレット変換での空間周波数の意味はフーリエ変換的な意味と異なり、波形の周期性を意味し、長周期と短周期がそれぞれ低周波と高周波に対応する。また、波形は採用する基底関数によって異なり、例えば、ドビッシーの2,4,8,16次基底関数の基本波の波形は図3の(a),(b),(c),(d)となる。

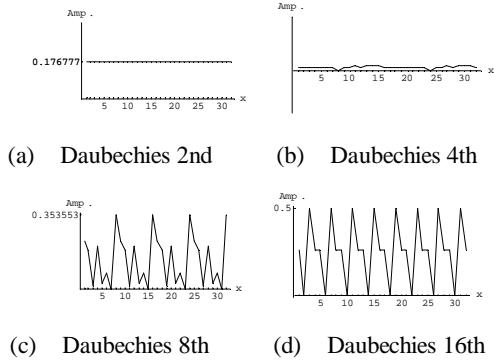


Fig. 3 Fundamental wave of Daubechies's base function

図3の波形から、ウェーブレット変換を使った(1),(2)式による低解像度画像は単純な低周波成分から構成されるだけでなく、高次の基底関数を採用した低解像度画像ほど高周波成分を多く含んだ画像となる。また、図2(d),(e)間の相関が比較的大きいのは、図3(c),(d)に示すように8,16次の基底関数が比較的高い空間周波数の成分を持つことに起因することから理解できる。

4. 画像の再構成

4.1 線形補間による画像の再構成

低解像度の画像から高解像度の画像を再構成する方法として最も単純な方法は画素データを線形補間する方法である。この場合、補間して得られる画素データの値が0から1の間でなければならない。これは、画像の赤、緑、青の各成分の画素値が常に0から1に限定されることに起因する。ここでは、この問題を解決するため、補間されたデータの最大値を1、最小値を0へ正規化して再構成画像を得る。図4に単純な線形補間によって再構成された画像を示す。図4で、(a),(b),(c),(d)はそれぞれ図2の(a),(b),(c),(d)が原画像である。明らかに、単純間引きによる画像の再現性が最も低い。ウェーブレット変換による低解像度画像からの再現性は人間の視覚では明確な判定が困難である。図5に図4の再構成画像と図1の基準画像間の相関係数を示す。図5で、縦軸は相関係数、横軸1,2,3,4はそれぞれ、図4の(a),(b),(c),(d)に対応する。



Fig. 4 Recomposed image by linear interpolations

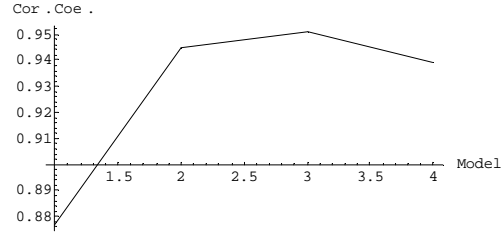


Fig. 5 Correlation coefficient of recomposed image between Fig.1 and Fig. 4

図5から単純な間引き画像の再現性が最も悪く、ウェーブレット変換を用いて低解像度画像の再現性は高い。特に、高次の基底関数を用いた画像は高い再現性を持つことが分かる。これは、低解像度の画像を作る場合、単純な間引きでなく何らかの方法でもとの高解像度画像の情報を集約した形で作成すれば、単純な線形補間でも原画像の情報がある程度再現されることを意味する。

4.2 ウェーブレット変換を用いた画像の再構成

いま、 32×32 画素から構成される低解像度画素を $I_{32 \times 32}$ とし、この画像から 128×128 画素を持つ高解像度画像へ再構成するとすれば、

$$S_{32 \times 32} = W_{32 \times 32} \cdot I_{32 \times 32} \cdot W_{32 \times 32}^T \quad (3)$$

は低解像度画像 $I_{32 \times 32}$ のウェーブレット変換スペクトラムである。このウェーブレットスペクトラムが(1,1)から(32,32)の正方領域に存在し、他の要素をすべてゼロとするウェーブレットスペクトラム $S'_{128 \times 128}$ を考え、このウェーブレットスペクトラムを逆変換、すなわち、

$$S'_{128 \times 128} = \begin{pmatrix} S_{32 \times 32} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$I'_{128 \times 128} = W_{128 \times 128}^T \cdot S'_{128 \times 128} \cdot W_{128 \times 128} \quad (5)$$

によってウェーブレット変換による再構成画像 $I'_{128 \times 128}$ が得られる。ウェーブレット変換による画像の再構成は、画像の画素数が縦・横ともに2のべき乗個に限られる。このため、画像の画素数が縦または横、もしくは縦・横ともに2のべき乗個の画素数で無い場合、ゼロを追加して見かけ上縦・横ともに2のべき乗個の画素数を持つ画像へ変形してウェーブレット変換を適用する。このようにしてゼロを追加した後、ウェーブレット変換で得られた結果から追加したゼロ要素を削除することで一般的な画素数を持つ画像にも応用できる。

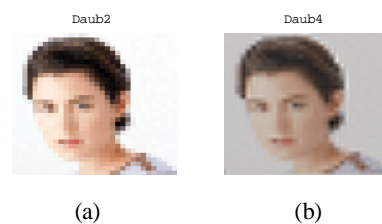




Fig. 6 Recomposed image by Wavelets transform with simple pluck

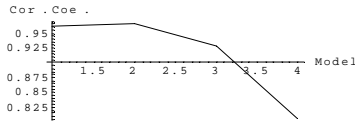


Fig.7 Correlation coefficient of recomposed image between Fig.1 and Fig. 6

図 6 に図 2(a)の間引き画像へ(3)-(5)式のウェーブレット変換法を適用して再構成された画像を示す。図 6 で、(a), (b), (c), (d)はそれぞれ、ドビッシーの 2,4,8,16 次基底関数を用いたウェーブレット変換で再構成された画像を示す。図 4(a)と図 6(a)と比較すれば、単純な間引き画像ですらウェーブレット変換による再構成は良好な結果を与えることが分かる。図 6 の画像と図 1 の基準画像間の相関係数を図 7 に示す。図 7 で、横軸は図 6 の(a), (b), (c), (d)に対応する。この結果から、単純な間引き画像から高解像度画像を再構成する場合、ウェーブレット変換基底は高次であれば良いとは限らず、最適な次数が存在することが分かる。

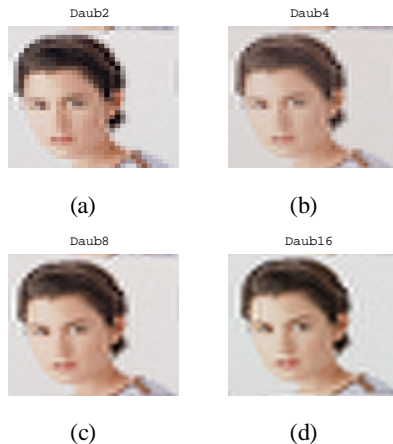


Fig.8 Recomposed image by Wavelets transform with Daubechies's 16th base function

図 8 にドビッシーの 16 次基底関数を用いて構成された低解像度画像図 2(e)をウェーブレット変換で再構成した画像を示す。図 8 で、(a), (b), (c), (d)はそれぞれ、ドビッシーの 2,4,8,16 次基底関数を用いたウェーブレット変換で再構成された画像を示す。図 8 の結果は、

高次のウェーブレット変換基底関数を用いて構成された低解像度画像は、必ずしも同じ次数の基底を用いなくても良好な結果となることを意味する。換言すれば、高次のウェーブレット変換基底関数を用いて構成された低解像度画像は本質的に原画像の高周波成分を含んで構成されるため、何れの基底関数を用いても原画像の情報が復元可能である。再構成された画像の再現性を相関係数で評価すれば、図 9 に示すように、低解像度画像構成へ用いた基底関数と同じ基底関数を用いた場合の再現性が最もよく、図 8(d)の画像は図 1 の基本画像と 0.98 の相関係数を持つ。人間の視覚的な感覚はさておき、数字的には 6.25%の情報から 98%の情報が復元されるのは驚異である。

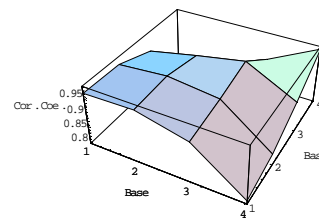


Fig.9 Correlation coefficient and Order of base function used for recomposed image low and high resolution

5 . まとめ

本稿では、画像の画素数を変更する画像の再構成についてウェーブレット変換を用いた方法の有用性を示した。豊富な画素数で構成される高解像度画像から少ない画素数の低解像度画像を構成する場合、単純な間引きや線形補間などでなく、不連続点情報を保持するウェーブレット変換法が好ましいことを示した。線形補間は対象が本質的に連続性を持つ場合有効であるが、対象が本質的に不連続性を持つことが多い映像情報に対しては必ずしも有効でない。本稿で得られた結論は以下のように総括される。

- 1) 高解像度画像から低解像度画像を構成する場合、不連続点情報を集約する、
- 2) 低解像度画像から高解像度画像を再構成する場合、本質的に情報リッチな低解像度画像であれば、どのような再構成法でも良好な結果を期待できる、
- 3) 低解像度画像から高解像度画像を再構成する場合、低解像度画像を構成したウェーブレット変換基底と同じ基底関数を用いれば最も良い再現性が得られる。

参考文献

- 1) 斎藤兆古: "Matthematica によるウェーブレット変換、" (朝倉書店、1997年9月)
- 2) Y.Saito, H.Endo and T.L.Kunii: "Eigen Pattern of Computer Graphics and Its Application to Human Face Identification", Companion paper of IEEE Visualization 1999(Vis99) October24-29, S.F. USA, IEEE Computer Society, to be submitted.